



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA – PPGEICIMA**

**ANDREIA FREIRE DOS SANTOS**

**O FAVORECIMENTO DA VIVÊNCIA DA METACOGNIÇÃO A**  
**PARTIR DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS POR**  
**ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**SÃO CRISTÓVÃO/SE**

**Março, 2020**

**ANDREIA FREIRE DOS SANTOS**

**O FAVORECIMENTO DA VIVÊNCIA DA METACOGNIÇÃO A PARTIR DA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS POR ALUNOS DOS ANOS FINAIS  
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe (PPGECIMA) como requisito para obtenção do título de mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora Profa. Dra. Divanília do Nascimento  
Souza

**SÃO CRISTÓVÃO/SE**

**Março, 2020**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE

Santos, Andreia Freire dos  
S237f O favorecimento da vivência da metacognição a partir da  
resolução de problemas aritméticos por alunos dos anos finais do  
ensino fundamental / Andreia Freire dos Santos; orientadora  
Divanizia do Nascimento Souza. – São Cristóvão, SE, 2020.  
100 f.; il.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) –  
Universidade Federal de Sergipe, 2020.

1. Ciência – Estudo e ensino (Ensino fundamental). 2.  
Aritmética – Estudo e ensino. 3. Estratégias de aprendizagem. I.  
Souza, Divanizia dos Nascimento, orient. II. Título.

CDU 5:37(813.7)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGEICIMA



**O FAVORECIMENTO DA VIVÊNCIA DA METACOGNIÇÃO A PARTIR DA  
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS POR ALUNOS DOS ANOS  
FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

APROVADO PELA COMISSÃO EXAMINADORA EM  
28 DE FEVEREIRO DE 2020

*Divaniza N. Souza*

---

PROFA. DRA. DIVANIZIA DO NASCIMENTO SOUZA

*Denize da Silva Souza*

---

PROFA. DRA. DENIZE DA SILVA SOUZA

*Marlene Alves Dias*

---

PROFA. DRA. MARLENE ALVES DIAS

**“Cada dia vivido nos dá a certeza de que alcançamos mais uma vitória!”**

**(Autor Desconhecido)**

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, sobretudo e sobre todos, primeiramente a **DEUS**, pelo cuidado e proteção em todos os momentos, desde a prova de seleção até o momento da finalização do projeto. Sem a Tua força não teria conseguido chegar até aqui; foram momentos inexplicáveis de superação e conquistas, demonstrando que não me deixou sozinha em nenhum momento. E por ter o cuidado de enviar anjos para confirmar seu amor por mim. Segue a lista dos anjos, aos quais agradeço:

A **Davi**, meu esposo, que mesmo antes de acreditar que seria capaz, você já estava me incentivando e me dando suporte para que eu chegasse até o fim, me encorajando a superar cada obstáculo que aparecia, seu amor, sua força e apoio são muito importantes na minha vida.

Aos meus filhos: **Hebert, Vinícius e Joana**, pela compreensão, paciência e pelo carinho com que me acolheram durante este trabalho. A vocês, peço perdão pelas horas ausentes.

À minha família, em especial à minha **Mãe** e ao meu **Pai**, por seu cuidado e amor, me dando apoio e sempre preocupados com meu desempenho e sucesso. Ao meu irmão **Gilmar**, pelo cuidado de sempre, obrigada pelo apoio.

À Prefeitura Municipal de Areia Branca, na pessoa da secretária de Educação **Josineide**, que não se opôs em nenhum momento para autorizar a minha licença, contribuindo para a minha disponibilidade e entrega ao mestrado.

Aos meus colegas de trabalho, da Escola Municipal José Romão do Nascimento, na pessoa da diretora **Hildete**, que me concedeu o espaço para a pesquisa e aos **professores de Matemática**, que se envolveram comigo na pesquisa, auxiliando no meu projeto.

Aos meus colegas de **turma 2018** do mestrado da UFS, com quem eu tive ótimos momentos de ansiedade e divertimento, que se solidarizaram comigo no momento em que a trajetória ficou conturbada e que me estenderam a mão (Deus abençoe a cada um de vocês).

Aos **professores do PPGEICIMA**, que muito me ensinaram e instruíram, não apenas sobre os saberes específicos das disciplinas, mas sobre posturas de bons professores, as quais pretendo implementar em minha prática pedagógica.

À minha orientadora **Profa. Dra. Divanília**, a quem aprendi a admirar, não somente como professora, mas também como ser humano. Obrigada por se fazer disponível, com seu jeito paciente, humilde e carinhoso. Além de suas orientações e ensinamentos, aprendi que competência e praticidade não precisam estar atreladas à frieza. Sua competência e prontidão me serviram de exemplo a seguir. Hoje me sinto abençoada por ter sido sua orientanda.

À **Profa. Dra. Denize**, a quem devo muito do meu mestrado. Professora de cabeça e de alma. Generosa, multiplicadora de conhecimentos. Eu agradeço a Deus por ter lhe encontrado. Obrigada por partilhar parte de seus saberes comigo. És um modelo para mim.

À **Profª. Dra. Marlene**, pelas contribuições nesta dissertação, obrigada por ter me recebido, quando estive em São Paulo, suas sugestões foram enriquecedoras. Um exemplo de dedicação e cuidado para quem lhe procura. Meu muito obrigada!

Enfim, agradeço a todos aqueles que me acompanharam nesta caminhada.

## RESUMO

Visando uma educação voltada para a formação de indivíduos criativos, independentes e atuantes no seu cotidiano, propomos nesta pesquisa promover entre estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental a autoanálise dos próprios processos de aprendizagem (metacognição), conduzindo-os a agirem com consciência e controle sobre suas ações cognitivas e investigar também como os alunos analisam seus erros e como tentam aprender a partir deles. Com isso, buscamos responder à seguinte questão central: Atividades com resolução de problemas matemáticos favorecem aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental vivenciar a metacognição? Na pesquisa, o envolvimento de estudantes de turmas do 6º ao 9º ano de uma Escola Municipal da cidade de Areia Branca/SE foi analisado no decorrer de atividades de resolução de problemas com operações aritméticas básicas e com o uso de estratégias metacognitivas. Apoiamo-nos teoricamente em Polya, Onuchic e Allevato e Dante, dentre outros autores, considerando a resolução de problemas como foco da disciplina de matemática, conforme consta nos documentos curriculares oficiais analisados (BNCC, PCN e Currículo de Sergipe). Flavell, Portilho e Rosa propiciaram suporte teórico aos conceitos e elementos presentes na metacognição e a aproximação dessa com os processos de resolução de problemas aritméticos. Em Van de Walle, Leal Jr. e Onuchic encontramos a metacognição aplicada à resolução de problemas como ação consciente do estudante acerca dos processos de resolução desses. Este estudo foi de natureza qualitativa na modalidade de pesquisa-ação. Foram desenvolvidas três atividades com a participação dos estudantes, e em cada uma foi solicitado a eles a resolução de três problemas aritméticos, planejados seguindo dois (mobilizável e disponível) dos três níveis de conhecimentos esperados propostos por Robert, sendo os três: técnico, mobilizável e disponível. Após cada atividade, os estudantes responderam a um Questionário Metacognitivo, adaptado de Portilho, com base no modelo de Mayor. A partir das respostas ao questionário e das falas dos alunos, buscou-se conhecer as estratégias metacognitivas empregadas por eles na resolução dos problemas propostos e orientá-los para a autoavaliação durante a resolução dos problemas. A aplicação de tarefas organizadas por meio dos níveis de conhecimento propostos por Robert nos auxiliou a identificar os conhecimentos prévios esperados dos estudantes, o que parece ter facilitado a utilização de estratégias conhecidas por eles e permitiu a verbalização delas. Com isso, conclui-se que as atividades com resolução de problemas matemáticos favorecem aos alunos a vivenciarem a metacognição.

**PALAVRAS-CHAVES:** Resolução de Problemas Aritméticos, Estratégias Metacognitivas, Níveis de Conhecimentos.

## **ABSTRACT**

Aiming at an education focused on the formation of creative, independent and active individuals in their daily lives, we propose in this research to promote among students of the final years of Elementary School the self-analysis of their own learning processes (metacognition), leading them to act with awareness and control about their cognitive actions and also investigate how students analyze their mistakes and how they try to learn from them. With this, we seek to answer the following central question: Do activities that solve mathematical problems favor students in the final years of elementary school to experience metacognition? In the research, the involvement of students, from the 6th to the 9th grade of a Municipal School in the city of Areia Branca/SE, was analyzed in the course of problem solving activities with basic arithmetic operations and with the use of metacognitive strategies. We theoretically rely on Polya, Onuchic and Allevato and Dante, among other authors, considering problem solving as the focus of the mathematics subject, as stated in the official curricular documents analyzed (BNCC, PCN and Curriculum of Sergipe). Flavell, Portilho and Rosa provided theoretical support for the concepts and elements present in metacognition and its approximation with the processes of solving arithmetic problems. In Van de Walle, Leal Jr. and Onuchic, we find metacognition applied to problem solving as a conscious action by the student about their resolution processes. This study was of a qualitative nature in the form of action research. Three activities were developed with the participation of students and in each one they were asked to solve three arithmetical problems, planned according to two (mobilizable and available) of the three levels of knowledge expected by Robert, the three are: technical, mobilizable and available. After each activity, the students answered a Metacognitive Questionnaire, adapted from Portilho, based on the Mayor model. Based on the answers to the questionnaire and the students' speeches, we sought to know the metacognitive strategies used by them in solving the proposed problems and sought to guide them in self-assessment during problem solving. The application of tasks organized through the levels of knowledge proposed by Robert helped us to identify the previous knowledge expected from students, which seems to have facilitated the use of strategies known to them, and also allowed their verbalization. Thus, it is concluded that activities with solving mathematical problems favor students to experience metacognition.

**KEYWORDS:** Solving Arithmetic Problems, Metacognitive Strategies, Levels of Knowledge.



## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 – Turmas e datas dos encontros com os alunos .....	45
Quadro 2 – Questionário Metacognitivo .....	47

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 – Percentual de acertos nas atividades propostas no 1º encontro com os alunos ....	54
Tabela 2 – Percentual de respostas do questionário metacognitivo aplicado no 1º encontro..	55
Tabela 3 – Percentual de acertos nas atividades propostas no 2º encontro com os alunos ....	64
Tabela 4 – Percentual de respostas do questionário metacognitivo aplicado no 2º encontro..	65
Tabela 5 – Percentual de acertos nas atividades propostas no 3º encontro com os alunos ....	70
Tabela 6 – Respostas dos alunos relativas à resolução do problema 1 do 3º encontro.....	71
Tabela 7 – Respostas dos alunos relativas à resolução do problema 2 do 3º encontro .....	73
Tabela 8 – Respostas dos alunos relativas à resolução do problema 3 do 3º encontro .....	77

## **LISTA DE SIGLAS**

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

GTERP – Grupo de Trabalhos e Estudos em Resolução de Problemas

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

EJA – Educação de Jovens e Adultos

TALE – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

QVL – Quadro Valor de Lugar

## LISTA DE RECORTES

Recorte 1 – Resposta do aluno A26 .....	57
Recorte 2 – Resposta do aluno B8 .....	57
Recorte 3 – Resposta do aluno C23 .....	58
Recorte 4 – Resposta do aluno D33 .....	58
Recorte 5 – Resposta do aluno A15 .....	59
Recorte 6 – Resposta do aluno B32 .....	59
Recorte 7 – Resposta do aluno C26 .....	60
Recorte 8 – Resposta do aluno D38 .....	60
Recorte 9 – Resposta do aluno C5 .....	61
Recorte 10 – Resposta do aluno D16 .....	62
Recorte 11 – Resposta do aluno C6 .....	66
Recorte 12 – Resposta do aluno B9 .....	66
Recorte 13 – Resposta do aluno A1 .....	67
Recorte 14 – Resposta do aluno C27 .....	67
Recorte 15 – Resposta do aluno C9 .....	68
Recorte 16 – Resposta do aluno D13 .....	69
Recorte 17 – Resposta do aluno A16 .....	72
Recorte 18 – Resposta do aluno B19 .....	72
Recorte 19 – Resposta do aluno C12 .....	72
Recorte 20 – Resposta do aluno D34 .....	73
Recorte 21 – Resposta do aluno A10 .....	75
Recorte 22 – Resposta do aluno B34 .....	75
Recorte 23 – Resposta do aluno C22 .....	76
Recorte 24 – Resposta do aluno D30 .....	76
Recorte 25 – Resposta do aluno A5 .....	78
Recorte 26 – Resposta do aluno B1 .....	78
Recorte 27 – Resposta do aluno D23 .....	79

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO .....	15
1. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA .....	19
1.1. A Resolução de Problemas segundo o currículo da Matemática .....	19
1.2. O que pode ser considerado “Problema” e quais Estratégia de Resolução podemos utilizar .....	21
1.3. Níveis de Conhecimentos Esperados dos Estudantes .....	24
2. METACOGNIÇÃO .....	28
2.1. Como a metacognição está sendo abordada na literatura .....	28
2.2. Processos Metacognitivos na Construção de Pensamentos Metacognitivos .....	30
2.3. Estratégias Metacognitivas .....	31
3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AS ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS ....	34
3.1. Resolução de Problemas versus Estratégias Metacognitivas: como esta interação está sendo abordada na literatura .....	34
3.2. Revisão Bibliográfica sobre Estratégias Metacognitivas e Resolução de Problemas...	36
4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS .....	43
Apresentação do Projeto aos professores da escola .....	44
Primeiro Encontro .....	46
Segundo Encontro .....	47
Terceiro Encontro .....	48
5. DISCUTINDO OS RESULTADOS .....	49
5.1. Análise <i>à priori</i> .....	49
Primeiro Encontro .....	49
Segundo Encontro .....	51
Terceiro Encontro .....	52
5.2. Análise <i>à posteriori</i> .....	54
Primeiro Encontro .....	54
Segundo Encontro .....	63
Terceiro Encontro .....	69
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	83
APÊNDICES .....	88
Apêndice A: Declaração de Anuência.....	88
Apêndice B: Apresentação de Slides do Projeto aos Professores .....	89

Apêndice C: Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (professor) .....	92
Apêndice D: Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (aluno) .....	94
Apêndice E: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido .....	96
Apêndice F: 1ª Atividades de Resolução de Problemas .....	98
Apêndice G: 2ª Atividades de Resolução de Problemas .....	99
Apêndice H: 3ª Atividades de Resolução de Problemas .....	100

## INTRODUÇÃO

A partir da minha experiência como professora do Ensino Fundamental, por duas décadas na rede municipal de educação de Areia Branca/SE, entendo que ensinar Matemática não tem sido uma tarefa fácil, pois muitos alunos já afirmam, mesmo antes de iniciar um novo conteúdo, que não serão capazes de compreender o assunto e, em outras situações, dizem que não têm interesse porque não vão utilizar os conteúdos no cotidiano. Embora isso seja senso comum, representa uma grande contradição, porque paralelo a esse tipo de comentário dos alunos, podemos observar o quanto eles utilizam a Matemática no dia-a-dia, seja para quantificar, seja para realizar compras, dividir doces com os amigos, saber as distâncias, espaços e o tamanho dos objetos; enfim, são inúmeras as situações cotidianas nas quais utilizamos os conteúdos matemáticos. Trabalhar com essas situações em sala de aula parece não ser difícil; mesmo assim, muitas vezes os alunos sentem tanto distanciamento entre os conteúdos matemáticos e a realidade que não conseguem associar o uso da matemática ensinada.

Diante dessas exposições, é importante considerar metodologias que possibilitem o favorecimento da aproximação entre o ensino da matemática e a aprendizagem dos alunos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta o que se espera da matemática no Ensino Fundamental:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2018, p. 264)

Ante tamanha responsabilidade com o desenvolvimento do letramento matemático, com a formação de seres pensantes e atuantes no mundo atual, apresentamos neste trabalho o que encontramos na literatura em relação ao ensino da matemática, suas metodologias atuais e como podemos, cada vez mais, aproximar os alunos da aprendizagem efetiva dos conteúdos dessa disciplina. Sabemos que não é tarefa fácil, e que não existem receitas mágicas para mudar a situação da disciplina no contexto atual, mas ações que promovam tal letramento, ao se tornarem rotineiras, têm um grande potencial de desenvolvimento da educação matemática.

Iniciamos a pesquisa analisando o currículo da matemática prescrito em documentos oficiais e publicações referentes às metodologias utilizadas atualmente, para nos situarmos no contexto atual. Foi observado, em todos os documentos curriculares pesquisados, que a metodologia de Resolução de Problemas é citada como ferramenta capaz de contextualizar e auxiliar o aluno na compreensão do uso dos conteúdos da matemática no cotidiano. Onuchic e Allevato (2004) destacam que “a matemática têm desempenhado um papel importante no desenvolvimento da sociedade e que problemas de matemática têm ocupado um lugar central no currículo escolar desde a Antiguidade”.

Dante (2000) destaca a importância da Resolução de Problemas para a formação de um sujeito atuante e capaz de resolver situações da vida cotidiana:

Mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes, que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas. Assim, é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária. E, para isso, é preciso que a criança tenha, em seu currículo de matemática elementar, a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo sua capacidade de enfrentar situações-problema. (p. 15)

Muito se tem pensado e pesquisado sobre como chamar a atenção dos alunos para os conteúdos ensinados e como fazê-los se sentirem motivados com as atividades propostas em sala de aula. Os estudos iniciados principalmente por Flavell nos anos 1970, seguiram por um caminho diferente. Enquanto muitos estavam seguindo caminhos traçados por teorias de aprendizagem cognitivistas, ele foi procurar entender como cada aluno pode perceber sua cognição, seguindo pela metacognição. Para Flavell:

“A metacognição está relacionada ao conhecimento que se tem dos próprios processos cognitivos, de seus produtos e de tudo que eles tocam, por exemplo, as propriedades pertinentes a aprendizagem da informação e dos dados (...) A metacognição relaciona-se a outras coisas, à avaliação ativa, à regulação e à organização desses processos em função dos objetos cognitivos ou dos dados sobre os quais eles se aplicam, habitualmente para servir a uma meta ou a um objetivo concreto.” (FLAVELL, 1976, p. 232).

Conforme Ribeiro (2003), embora Flavell tenha conceituado metacognição, atividades que são denominadas atualmente de metacognitivas já eram consideradas por pedagogos e psicólogos como parte de processos de estudo e leitura desde o início do século XX. A leitura, por exemplo, se assemelha a resolver um problema, o que envolve estratégias metacognitivas, visto que demanda a “seleção dos elementos certos da situação e a sua colocação nas relações certas”, conforme informa Ribeiro (2003) ao citar Thorndike (1917).



Ainda sobre o conceito de metacognição, encontramos uma citação de Landa e Morales (2004, p. 149): “A metacognição é vista como um elemento essencial da aprendizagem especializada: estabelecimento de metas (o que eu vou fazer?), seleção de estratégias (Como estou indo?) e a avaliação das conquistas (funcionou?)”.

Por isso, no que se refere a estratégias metacognitivas, segundo Murad (2005), os professores, ao invés de ensinar os conceitos ligados à metacognição, devem criar situações em sala de aula que agucem a curiosidade dos alunos, para motivá-los a buscar estratégias de resoluções para as diversas situações propostas nos problemas. As estratégias direcionam os estudantes a analisarem não somente o resultado encontrado, mas também o percurso utilizado na resolução.

Considerando-se essas pesquisas relacionadas à resolução de problemas e aos processos metacognitivos, objetiva-se uma aproximação entre os conceitos matemáticos e o aprendizado dos alunos, procurando conduzi-los à análise do próprio processo de aprendizagem, observando também, a regularidade das estratégias utilizadas em situações problemas diferentes, avaliando a si próprios antes mesmo de entregarem suas respostas para que o professor faça a correção.

Essa pesquisa originou-se da necessidade observada por mim, a pesquisadora, de diminuir as dificuldades de compreensão e os baixos rendimentos de aprendizagem dos conteúdos abordados nas aulas de matemática. Essa necessidade parte do desejo de proporcionar aos alunos uma aproximação do ensino dos conteúdos matemáticos da sua aprendizagem efetiva.

Este estudo busca responder à seguinte questão central: Atividades com resolução de problemas matemáticos favorecem aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental vivenciar a metacognição?

Diante do exposto anteriormente, e considerando que a matemática é uma disciplina que detém grandes contribuições para o desenvolvimento da sociedade, para melhor compreender e colaborar para isso, entendemos que é necessário que o estudante, desde cedo, adquira experiência de resolver problemas práticos envolvendo conteúdos matemáticos. Por isso, pretende-se neste trabalho promover situações, empregando atividades de Resolução de Problemas com uma abordagem nas Estratégias Metacognitivas, que direcionem os alunos a fazerem uma autoanálise de como funcionam os seus processos cognitivos (metacognição).

Para responder à questão central da pesquisa delimitamos como objetivos gerais:

1. Promover a autoanálise de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental sobre seus processos de aprendizagem (metacognição);

2. Analisar o envolvimento destes em atividades de resolução de problemas com operações aritméticas básicas utilizando estratégias metacognitivas.
3. Investigar como os alunos analisam seus erros e como tentam aprender a partir deles.

As atividades foram organizadas de forma que os alunos observassem e explicassem as estratégias utilizadas por eles na resolução de nove situações problemas diferentes, avaliando a si próprios antes mesmo de entregarem suas respostas para a correção pelo professor.

A seguir iniciaremos o primeiro capítulo discutindo a metodologia de Resolução de Problemas na matemática: como está sendo abordada no currículo nacional e estadual; o que pode ser considerado um problema, segundo alguns pesquisadores da área; como algumas estratégias de resoluções de problemas estudadas atualmente em pesquisas nacionais e; apresentamos também um trabalho da pesquisadora Aline Robert (1998), no qual ela apresenta níveis dos conhecimentos esperados dos estudantes, relativos aos problemas propostos aos alunos.

## 1. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA MATEMÁTICA

Este primeiro capítulo foi subdividido em três sessões, na primeira seção apresentamos a metodologia Resolução de Problemas enquanto foco para atingir os objetivos previstos nos currículos em vigor no âmbito federal e estadual, com um breve histórico do desenvolvimento desta metodologia no decorrer das últimas décadas. Na segunda seção abordamos a proposta de alguns pesquisadores da área sobre o que pode ser considerado um problema e algumas estratégias que estão sendo propostas na literatura. E na terceira sessão apresentamos os níveis de conhecimentos esperados pelos estudantes propostos por Robert (1998) diante de problemas propostos, com o intuito de observar em cada nível como os alunos utilizam seus conhecimentos matemáticos e como articulam esses conhecimentos diante das situações propostas.

### *1.1. A Resolução de Problemas segundo o currículo da matemática*

A abordagem da matemática no Ensino Fundamental tem sido ponto de discussão e investigação devido à falta de motivação dos alunos diante do ensino dos conteúdos e aos resultados insatisfatórios de aprendizagem dos conteúdos ensinados. Os professores, em sua grande maioria, sentem-se desmotivados ao constatarem baixo rendimento na aprendizagem em suas turmas. Esses fatores contribuem para que a matemática seja considerada a disciplina responsável pelo fracasso escolar. Diante de tais constatações Gomes, Barbosa e Concordido (2017, p. 106) apontam uma sugestão de solução: “Uma possível forma de reverter esse quadro é fazer com que o ensino aconteça de maneira que o aluno sinta a necessidade de aprender e que esse aprendizado, em algum momento do seu dia a dia, lhe seja útil”.

O currículo da matemática no Brasil e em outros países vivenciou, entre as décadas de 1960 e 1970, um movimento educacional inscrito numa política de modernização econômica, denominado “matemática moderna”. Esse movimento serviu para modificar o currículo da disciplina, que passou a ter como foco a matemática pura, vista pelos estudiosos e pesquisadores como sendo uma proposta fundamentada em grandes estruturas que organizava o conhecimento matemático contemporâneo e enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia etc. Em virtude deste movimento, em 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) dos Estados Unidos recomendou no documento “Agenda em Ação”, a Resolução de Problemas como foco do ensino da matemática. Tal recomendação influenciou nas reformas curriculares ocorridas mundialmente entre os anos de 1980 e 1995.

Dentre os pontos convergentes desta reforma, no Brasil e em diferentes países, um deles faz referência à “ênfase na resolução de problemas, na exploração da matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano nas várias disciplinas” (BRASIL, 1998, p. 19-20).

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), primeiro documento oficial brasileiro que orienta os professores à unificação de um currículo escolar, o ensino da matemática nos anos finais do Ensino Fundamental deve possibilitar aos alunos a capacidade de: “Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação (BRASIL, 1998, p.8).” Diante deste objetivo, observa-se a necessidade de contextualizar os conteúdos da disciplina com situações problemas que sejam, preferencialmente, do cotidiano dos alunos para que assim eles tenham interesse em procurar soluções, por meio de conceitos matemáticos, com apoio de estratégias apresentadas nas aulas.

O documento oficial brasileiro mais recente que trata do currículo para o Ensino Fundamental é a BNCC, que define para a disciplina matemática o compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, das competências e habilidades de raciocinar, comunicar e argumentar matematicamente. Para isso, a aprendizagem em matemática deve possibilitar que os alunos estabeleçam conexões entre os temas matemáticos, os objetos, o cotidiano e mesmo com os demais componentes curriculares. No Ensino Fundamental (EF), a aprendizagem matemática precisa destacar a linguagem simbólica e a argumentação (Brasil – 2018).

Considerando-se que cada unidade federativa brasileira pode propor referenciais para o ensino básico, outro documento que serviu como referência neste trabalho foi o Currículo de Sergipe (Sergipe, 2018). Esse documento oficial curricular do estado de Sergipe, no que trata sobre a disciplina de matemática no EF, faz referência à resolução de problemas, ao que chama resolução de situações-problemas, como foco essencial na efetivação dos objetivos da matemática para o Ensino Fundamental:

O currículo sergipano de matemática para o Ensino Fundamental busca efetivar esse processo de contextualização em sala de aula, englobando outras capacidades importantes, tais como questionar, imaginar, visualizar, decidir, representar e criar. Nesta esteira, a resolução de situações-problemas apresenta-se como um foco essencial, ao mesmo tempo em que, a partir de problemas conhecidos, deve o aluno refletir e questionar o que ocorreria se algum dado fosse acrescentado, subtraído ou alterado do contexto analisado. (SERGIPE, 2018, p. 514)

Segundo Skovsmose (2001), podemos observar a necessidade de sincronismo entre discentes e docentes no processo de ensino aprendizagem com resultados positivos: “Matematizar significa, em princípio, formular, criticar e desenvolver maneiras de entendimento. Ambos, estudantes e professores, devem estar envolvidos no controle desse processo, que, então, tomaria uma forma mais democrática.” (SKOVSMOSE, 2001, p. 51).

A visão de Nacarato, Mengali, Passos (2011) sobre o currículo da matemática faz referência à grande barreira a ser transposta para que o aluno tenha êxito nos anos seguintes da vida acadêmica: “O mundo está cada vez mais matematizado, e o grande desafio que se coloca à escola e aos seus professores é construir um currículo de matemática que transcenda o ensino de algoritmos e cálculos mecanizados, principalmente nas séries iniciais, onde está a base da alfabetização matemática.” (NACARATO; MENGALI; PASSOS 2011, p. 32).

Ainda nos PCN encontramos, nos objetivos, dois itens que fazem referência à resolução de problemas como meio dos alunos desenvolverem conhecimentos sobre conteúdos matemáticos:

Resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis.

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 1998, p.48).

A partir desses documentos, fica evidente a preocupação com o currículo da matemática no Ensino Fundamental e como tal currículo vem sendo reestruturado ao longo dos anos, bem como a importância da resolução de problemas ou de situações-problemas como são denominadas em alguns documentos, enquanto metodologia eficaz na obtenção dos resultados esperados na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. A seguir será apresentada uma definição do que podemos considerar, quando utilizamos o termo “problema” e algumas “estratégias de resolução de problemas”, propostas por diversos pesquisadores desta grande área do conhecimento.

### ***1.2. O que pode ser considerado “Problema” e quais Estratégias de Resolução de Problemas podemos utilizar?***

Vimos que a disciplina matemática, através dos anos, sofreu modificações na sua estrutura curricular, a fim de atender necessidades da sociedade atual. Temos atualmente um currículo voltado para que o aluno possa adquirir competências e habilidades em cada componente curricular, a fim de que possa contextualizar com situações vivenciadas em seu cotidiano para encontrar significado no estudo da disciplina. A metodologia de resolução de problemas se destaca nesse sentido, tendo a finalidade de direcionar o aluno na atividade proposta, contextualizada a um componente do currículo da matemática.

Desse modo, inicialmente, veremos o que pode ser considerado um problema matemático. De acordo com os PCN da matemática (BRASIL, 1998) um problema matemático como sendo: “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la”. Não adianta apresentar atividades e denominá-las de problemas se não existir um desafio ou a necessidade de comprovar um processo de solução.

Gomes, Barbosa e Concordido, (2017, p.107 e 108) resumiram definições do termo “problema” a partir do entendimento de expoentes pesquisadores, conforme a citação a seguir.

Para Polya (1995), uma pessoa está diante de um problema quando ela se depara com uma questão que não pode responder ou resolver usando os conhecimentos que detém. Dante (1991) afirma que problema “é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la”. Segundo Van de Walle (2001, apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2005), um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta”. Concordamos com Onuchic (1999) que um problema pode ser caracterizado como sendo tudo aquilo que não se sabe fazer, porém se está interessado em resolver.

George Polya foi o precursor do trabalho e das pesquisas em resolução de problemas. Visando proporcionar uma melhor estratégia de resolução de problemas, em seu livro “A arte de resolver problemas”, com a primeira edição em 1945, descreveu quatro fases da resolução. Na primeira fase: compreender o problema; na segunda: estabelecer um plano para a resolução do problema; na terceira: executar o plano; e, por fim, na quarta fase: examinar a resolução, analisar o resultado obtido e avaliar se condiz com o problema (POLYA, 1995).

São encontrados trabalhos mais específicos referentes às metodologias de resolução de problemas, todos com a finalidade de aproximar o ensino de conteúdos matemáticos da aprendizagem efetiva. Por exemplo, podemos destacar as ideias registradas em Onuchic e Allevato (2011), dentre outros autores que têm pesquisado sobre implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática por meio da Resolução de

Problemas. Onuchic e Allevato pontuam que a metodologia de resolução de problemas, entre outras coisas: Colocam o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre *o dar sentido*; desenvolvem *poder matemático* nos alunos; desenvolvem a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido; Aumenta a confiança e a autoestima aos estudantes; Fornecem dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obterem sucesso com a matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

Com o objetivo de orientar professores para o ensino da matemática, Dante (2006) propõe em um manual do professor do livro “matemática: Contexto e Aplicações” princípios para este ensino: “Aprender matemática é aprender a resolver problemas. Para resolver problemas é preciso apropriar-se dos significados dos conceitos e procedimentos matemáticos para saber aplicá-los em situações novas” (P.09). Dante, neste mesmo manual, apresenta orientações metodológicas para que o ensino de matemática possa acompanhar as grandes e rápidas mudanças no desenvolvimento da tecnologia: *considerar mais o processo do que o produto da aprendizagem — “aprender a aprender” mais do que resultados prontos e acabados*. “É muito mais importante valorizar a maneira como o aluno resolveu um problema, especialmente se ele fez de uma maneira autônoma, original, em vez de simplesmente verificar se acertou a resposta” (p.14). Ainda neste manual, Dante cita que a resolução de problemas deve acontecer na avaliação, da mesma maneira como constitui o eixo fundamental da matemática escolar:

“A capacidade dos alunos de resolver problemas desenvolve-se ao longo do tempo, como resultado de um ensino prolongado, de oportunidades várias para resolução de muitos tipos de problemas e do confronto com situações do mundo real. Ao avaliar essa capacidade dos alunos é importante verificar se são capazes de resolver problemas não padronizados, de formular problemas a partir de certos dados, de empregar várias estratégias de resolução e de fazer a verificação dos resultados, bem como a generalização deles. Identificar lacunas é muito importante na elaboração de problemas. Generalizar soluções de problemas é outro ponto fundamental” (DANTE, 2006, p.19).

A BNCC considera também que para a aprendizagem de certos conceitos ou procedimentos da matemática é imprescindível que se apresente um contexto significativo para os alunos. Isso não significa que o contexto somente faça parte do cotidiano deles, mas também de outras áreas do conhecimento ou até da história da matemática:

No entanto, é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto, apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos. Para favorecer essa abstração, é importante que os alunos reelaborem os problemas

propostos após os terem resolvido. Por esse motivo, nas diversas habilidades relativas à resolução de problemas, consta também a elaboração de problemas. Assim, pretende-se que os alunos formulem novos problemas, baseando-se na reflexão e no questionamento sobre o que ocorreria se alguma condição fosse modificada ou se algum dado fosse acrescentado ou retirado do problema proposto. (BRASIL, 2018, p. 297)

Onuchic juntamente com seu Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) elaboraram um roteiro de atividades que tem por objetivo proporcionar um direcionamento nas aulas durante a Resolução de Problemas (ONUChIC, 2012, P.12-13 apud ONUChIC; ALLEVATO, 2011). O roteiro abrange as seguintes etapas: 1ª. *Preparação do problema* – neste momento é escolhido um “problema gerador” para dar início a um novo conteúdo; 2ª. *Leitura individual* – cada aluno faz a sua leitura inicial do problema; 3ª. *Leitura em conjunto* – uma releitura do problema é feita por grupos de alunos; 4ª. *Resolução do problema* – os alunos, em um trabalho de cooperação e colaboração, tentam resolver o problema como “co-construtores da matemática nova”. 5ª. *Observar e incentivar* – o professor deixa de ser o transmissor para ser o mediador e observador do desenvolvimento, orientando os alunos a pensar e trocar ideias entre eles; 6ª. *Registro das resoluções na lousa* – os representantes de cada grupo registram na lousa suas resoluções para que todos os alunos analisem e discutam seus processos de resolução; 7ª. *Plenária* – O professor, no papel de guia e mediador das discussões, busca motivar os alunos para que participem ativamente, de forma que cada grupo defenda seu processo de resolução; 8ª. *Busca de consenso* – o professor incentiva a turma a chegar num consenso em relação ao resultado correto. 9ª. *Formalização do conteúdo* – neste momento o professor registra uma apresentação formal do conteúdo (organizada e estruturada em linguagem matemática), destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

A resolução de problemas tem sido tratada como uma metodologia de grande importância para que se alcance os objetivos propostos para o ensino da matemática. Apresentamos um pouco neste capítulo do que existe sobre o tema de resolução de problemas, tanto nos documentos curriculares oficiais, como em trabalhos de pesquisadores que se debruçam para o estudo desta área da educação matemática. Vejamos agora como esses problemas podem ser classificados em níveis para que aconteça uma progressão dos conhecimentos e habilidades dos estudantes com as atividades de resolução de problemas.

### ***1.3. Níveis de conhecimentos esperados dos estudantes***



Ao se introduzir a metodologia de Resolução de Problemas no processo de ensino e aprendizagem de matemática, entendemos ser importante classificar o grau de complexidade dos problemas, para que os estudantes possam avançar do nível mais básico para alcançar um nível mais elevado de complexidade de articulações entre os conhecimentos exigidos para a resolução deles ao longo do estudo do conteúdo abordado, não necessariamente indicando um maior ou menor grau de dificuldade, mas um avanço no nível de reconhecimento da complexidade.

Mediante este posicionamento, decidimos estabelecer nas atividades propostas aos alunos problemas que seguiram os níveis de conhecimentos esperados dos estudantes, níveis esses propostos por pela pesquisadora francesa Aline Robert (1998), sem esquecer de considerar os níveis de conceituação escolhido para ser desenvolvido com os estudantes. Segundo Robert (1998) os níveis de conceituação:

Trata-se de rotular um nível em um campo de conhecimento matemático (campo conceitual) correspondente a uma organização coerente de uma parte do campo, caracterizada por objetos matemáticos presentes de certa maneira, teoremas sobre esses objetos, métodos associados a esses teoremas e problemas que os alunos podem resolver com os teoremas do nível em consideração e usando esses métodos. Este campo do conhecimento está associado a vários executivos, vários registros. (Tradução nossa, Robert, 1998, p.164)

Segundo Dias e Mateus (2017) os níveis de conhecimentos esperados dos estudantes, propostos por Robert (1998), dependem do nível de conceituação; isto é, a cada atividade ou novo conteúdo demarcamos níveis, “sempre parcialmente encaixados, sendo que os objetos iniciais mudam, tornando-se mais gerais, o que permite introduzir novas estruturas, mais ricas, requerendo, porém, um novo formalismo”.

Robert (1998), segundo Dias e Mateus (2017), definiu os três níveis de conhecimentos esperados dos estudantes ao analisar que o ensino das noções matemáticas relacionadas a um campo conceitual depende da escolha da ordem de apresentação. Essa ordem que está associada ao nível de conceituação escolhido para desenvolver determinada noção desse campo conceitual. Por exemplo, ao analisar sistemas de equações lineares  $2 \times 2$  no ensino fundamental anos finais, em geral, nossa experiência mostra que nos livros didáticos são desenvolvidos os métodos da adição, comparação e substituição seguidos da visualização gráfica do conjunto solução desses sistemas. Isso permite que o estudante, por meio dessa mudança de quadros, crie as imagens mentais necessárias para compreender que tais sistemas

têm uma única solução (compatíveis), infinitas soluções (indeterminados) ou não têm solução (impossíveis). Os níveis de conhecimentos esperados são os seguintes:

*Nível Técnico* – correspondente ao nível individual, em que o aluno apenas aplicará os conhecimentos matemáticos de maneira isolada para resolver determinada tarefa, utilizando definições, proposições e teoremas. Não foi utilizado este nível na nossa atividade de resolução de problemas por entender que nele há apenas demanda de cálculos com operações simples envolvendo os teoremas referentes aos conteúdos.

*Nível Mobilizável* – correspondente ao nível em que tem início a justaposição de saberes de certo domínio, em que vários métodos podem ser mobilizados. É esperado que o estudante saiba identificar um caminho para a resolução do problema que foi proposto, empregando ferramentas específicas que foram aprendidas por ele. Nesse nível o conhecimento em jogo está explícito no enunciado. Mas mesmo o conhecimento estando explícito, o estudante só mobiliza se utilizar este conhecimento corretamente.

Para o conteúdo de operações aritméticas, consideramos o seguinte exemplo de nível mobilizável:

- ✓ Tenho duas caixas de canetas. Na primeira há 9 dúzias. Na segunda 1 centena e meia. Queremos saber: quantas canetas há ao todo na primeira caixa? E na segunda caixa? Quanto há ao todo nas duas caixas?

Neste exemplo esperamos que o estudante organize seus conhecimentos referentes à dúzia, dezena e metade e observe que está claro a operação da adição quando se fala em “Quanto há ao todo”; pela prática cotidiana, essa expressão indica remete à adição.

*Nível Disponível* – correspondente a um nível em que o aluno encontrará os dados no enunciado, mas os caminhos e estratégias para a resolução do problema serão traçadas por ele, a partir dos conhecimentos que possui, sendo possível aplicar métodos não previstos para a resolução. Nesse nível os estudantes precisam dispor de situações de referência que os auxiliem a encontrar o caminho para a solução de novas tarefas (FONSECA; SOUZA; DIAS, 2015).

Para o conteúdo de operações aritméticas, consideramos o seguinte exemplo de nível disponível:

- a) Marcelo tinha 77 figurinhas e Paulo tinha 58. Marcelo deu algumas de suas figurinhas para Paulo. Depois dessa doação, é possível que Marcelo e Paulo

fiquem, respectivamente, com as seguintes quantidades de figurinhas: a) 82 e 53; b) 74 e 62; c) 68 e 68; d) 66 e 69; e) 56 e 89.

Neste exemplo, espera-se que o estudante interprete e analise todas as informações, para, a partir de então criar uma estratégia de resolução.

Na elaboração, execução e avaliação das situações problemas que utilizamos na sequência de atividades desenvolvida com os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental teve por ponto de partida a consideração destes níveis de conhecimentos esperados dos estudantes.

Apresentaremos na próxima seção conceitos, processos, ideias e estratégias relacionadas à metacognição. Consideramos que a metacognição seja relevante para auxiliar os estudantes na busca pela compreensão dos conteúdos matemáticos, auxiliando-os para eles próprios construam suas aprendizagens.

## 2. METACOGNIÇÃO

A metacognição é apresentada como uma área da psicologia, que está sendo associada à educação pelo fato de proporcionar ao aluno uma análise do seu processo de aprendizagem. Neste segundo capítulo apresentaremos algumas pesquisas sobre a metacognição e algumas estratégias metacognitivas utilizadas por pesquisadores para auxiliar estudantes na construção de pensamentos metacognitivos. Na abordagem, buscamos sempre a aproximação do ensino de conteúdos matemáticos com a aprendizagem efetiva deles.

### *2.1. Como a metacognição está sendo abordada na literatura*

Como a tarefa de aproximar o ensino da aprendizagem não é fácil, em muitas pesquisas são investigados meios de motivar e de entender os processos cognitivos dos estudantes. Alguns estudos se preocupam em entender como o estudante considera o próprio processo de aprendizagem, buscando discutir sobre como ele pensa, age e interage ao longo dos processos de aprendizagem. São apresentadas estratégias para conduzir o estudante a descobrir quem ele é e o que ele faz diante das informações que lhe são oferecidas, seja na escola ou por qualquer meio de transmissão das informações (internet, televisão, dentre outros).

De acordo com a proposta do nosso estudo, encontramos os trabalhos iniciados principalmente por Flavell, na década de 1970, sobre a metacognição. A partir de autores diversos, considera-se que metacognição se “é entendida como a tomada de consciência do sujeito sobre seus conhecimentos, sobre seu modo de pensar, promovendo a regulação de suas ações.” (ROSA 2011).

Este conceito tem sido abordado por alguns autores, como Lafortune e Saint-Pierre (1996), que apresentam a ideia de Flavell relacionada à importância de compreensão de como obtemos os nossos próprios conhecimentos e como conseguimos controlar o que pensamos. Então, sendo a metacognição uma ferramenta de gestão da mente.

Portilho (2011), considerando que “o ensino deve estimular a pessoa a parar, refletir sobre sua própria maneira de ser, pensar, agir e interagir, assim como convidá-la, conscientemente, a mudar quando for necessário melhorar sua aprendizagem”, apresenta o conceito da metacognição a partir de alguns autores:

Para Nickerson, Perkins e Smith (1994) a metacognição é o conhecimento sobre o conhecimento das capacidades e das limitações dos processos do pensamento humano; do que se pode esperar que os seres humanos saibam em geral; e das características da pessoa em si, em especial, de si mesma como conhecedora e pensante.

Para Burón (1997), estudar a metacognição, também faz referência ao “conhecimento e regulação de nossas próprias cognições e nossos processos mentais”, o que denomina *conhecimento autoreflexivo*, ou seja, o conhecimento da própria mente adquirido pela auto-observação.

Para Mayor (1995), metacognição é a cognição sobre a cognição, considerando cognição ou conhecimento como o objeto da atividade metacognitiva. (PORTILHO, 2011, P. 107)

Rosa (2011) apresenta um resumo de como a metacognição é entendida como uma atitude de consciência do sujeito sobre o que ele sabe, e pensa e como ajusta suas atitudes ao resolver uma atividade. Esse autor destaca também a metacognição como potencializadora no processo de aprendizagem, por promover reflexão sobre o que se pensa do que se sabe e como se regula o que se faz. Tornando o sujeito um supervisor de si próprio, a partir de ganhos cognitivos.

Brabo (2018) reforça uma grande confiança no benefício da metacognição para o ensino das ciências, enquanto “chave” para atender as diversas demandas do mundo atual. Para o autor, a metacognição auxilia no conhecimento sobre as questões científicas e no desenvolvimento da evolução científica que presenciamos nos dias atuais.

Locatelli e Alves (2018) também reforçam a importância da metacognição para que o aluno possa praticar a autoanálise das suas ações e monitorar seu próprio desempenho. No sentido de que ao refletir suas experiências e após ter ciência sobre o conhecimento que possui diante de determinados conteúdos, ele possa vivenciar suas dificuldades, identificando seus limites e por fim, direcionar suas ações para um aperfeiçoamento na realização das tarefas.

Lucas e Pereira (2018) afirmam que a reflexão sobre as atividades realizadas, que é a prática da metacognição, rendem um aprendizado concreto, pois ao analisar o conhecimento que o sujeito detém e o que ele tem consciência que detém, permite que descubramos o maior enigma atual, que é como acontece o nosso aprendizado. Esse aprendizado, sabemos, depende de cada sujeito, não existe uma fórmula geral, daí a necessidade de instigar a cada um buscar sua metacognição.

A ideia de promover a metacognição é fazer o sujeito olhar a si mesmo, descobrindo o como funciona a sua cognição, como é o seu processo de aprendizagem, entendendo as suas dificuldades e potencialidades no estudo de determinado conteúdo. Mas para que isso

aconteça é necessário estímulo específico que proporcione a prática de pensamentos metacognitivos, úteis ao desenvolvimento da aprendizagem.

## ***2.2. Processos Metacognitivos na Construção de Pensamentos Metacognitivos***

Os processos metacognitivos estão ligados a um conjunto de intervenções mentais, que foram planejadas pela mente e tiveram um autocontrole na hora da execução, ou seja, o aluno ao realizar uma atividade ele tem controle do que está fazendo, a ponto de mudar de estratégia quando percebe que algo não está correto (autorregulação).

Conforme Rosa (2014), a diferença dos aspectos apontados por Flavell, que compõem a ativação do pensamento metacognitivo, é que o conhecimento metacognitivo adquirido após uma experiência metacognitiva está diretamente ligado aos objetivos a serem atingidos e às ações cognitivas praticadas por meio das estratégias utilizadas por cada um. Esses são os fatores que determinam o sucesso na ação, sendo esses identificados como processos metacognitivos.

Flavell, segundo Rosa 2014, propôs que a regulação do pensamento metacognitivo ocorre pela ação e interação desses quatro aspectos: conhecimento metacognitivo, experiências metacognitivas, objetivos cognitivos e ações cognitivas. Para ativar o pensamento metacognitivo é necessária a conexão entre esses quatro aspectos. Vejamos o que Flavell explana em cada aspecto:

Por **conhecimento metacognitivo** Flavell reitera sua compreensão inicial: é o conhecimento que o sujeito tem sobre si próprio no que se refere às variáveis pessoa, tarefa e estratégia e, também, à maneira como essas interferem no resultado da cognição. Flavell indica que esse conhecimento metacognitivo consiste, primeiramente, no conhecimento ou na opinião sobre que fatores ou variáveis agem e interagem e de que maneira afetam o curso e o resultado cognitivo.

Quanto às **experiências metacognitivas**, Flavell destaca que as impressões ou percepções conscientes podem ocorrer antes, durante ou após a realização de uma tarefa, sempre que o sujeito vivenciar alguma dificuldade ou falta de compreensão de algo de grande importância para ele. Pode-se, então, chegar aos meios de sua superação. As experiências metacognitivas são conscientes, cognitivas e afetivas; podem ser breves ou longas, simples ou complexas, em termos de conteúdos; também podem servir para uma variedade de funções úteis nas iniciativas cognitivas. Como exemplo, menciona-se o fato de proceder a ações adaptativas no momento em que se percebe que não se está entendendo o que se lê (reler, repensar o que já estava ou julgava que estivesse entendido etc.).

Já por **objetivos cognitivos** Flavell designa os implícitos ou explícitos, que impulsionam e ativam as estruturas cognitivas. No âmbito da sala de aula, podem ser impostos pelo professor ou selecionados pelo próprio aprendiz. Como exemplo tem-se que os objetivos presentes nas atividades experimentais, normalmente definidos

pelo professor, seriam o mecanismo ativador das estruturas cognitivas dos estudantes, os quais impulsionam e movem a execução da ação.

As **ações cognitivas** utilizadas para potencializar e avaliar o progresso cognitivo podem ser de dois tipos: as que estão a serviço do monitoramento (avaliação da situação), buscando produzir experiências metacognitivas e resultados cognitivos, e as que visam a atingir um objetivo cognitivo, buscando, igualmente, resultados cognitivos. A diferença entre as duas está nos propósitos a que se destinam: na primeira, o estudante busca desenvolver uma atividade experimental, por exemplo, e para isso traça ações a fim de avaliar se está se conduzindo bem, como está procedendo, se fazendo de tal forma vai atingir o objetivo; na segunda, ele traça as ações e busca avaliar o procedimento em termos do resultado obtido, sem se preocupar com o processo que o levou a chegar a esse resultado. (FLAVEL, 1976, apud ROSA, 2014, p.30-32)

A construção do pensamento metacognitivo está relacionada com o entrelaçamento dos quatro aspectos mencionados, de forma linear e independente. Apesar de cada aspecto ter sua função específica, os benefícios da consciência metacognitiva só acontecem quando estão todos em conjunto, sendo observado nas três direções: *pessoa* (a partir dos seus recursos cognitivos), nas distintas *tarefas* e com as diversidades de *estratégia* que podemos utilizar. Visto que os objetivos cognitivos norteiam uma determinada ação cognitiva a ser realizada, que ao ser efetivada estabelece uma experiência metacognitiva no ser, e esta, por sua vez, constrói um conhecimento do que está sendo vivenciado. Só depois de passar por todos os aspectos é que o pensamento metacognitivo é estruturado. Porém, quando se fala que o relacionamento é independente, faz-se referência ao fato de que o indivíduo possa ter a consciência que não compreende o contexto de uma situação problema proposta, e por isso não pratica nenhuma ação, tendo o pensamento metacognitivo formado de que não sabe praticar nenhuma ação. É, portanto, o saber que se sabe e o saber do que não se sabe.

Veremos a seguir as estratégias metacognitivas propostas por alguns autores para conduzir o indivíduo na realização de processos metacognitivos que estruturam pensamentos metacognitivos, a fim de que ele compreenda melhor o ambiente em que está inserido e não apenas seja conduzido pela opinião de alguns poucos que se consideram detentores do saber.

### ***2.3.Estratégias Metacognitivas***

O conceito de estratégia, segundo Portilho (2011, p. 108), “refere-se a um conjunto de operações que requer planificação e controle na hora de ser executada”. Esta pesquisadora apoia-se nas pesquisas propostas pelo grupo de estudos de Mayor (1995), que apresentam três elementos que compõem as estratégias metacognitivas. Outros grupos de estudos apresentam modelos de estratégias metacognitivas que se atêm a apenas dois elementos: a *consciência* (ou

regulação) e o *controle*, mas o grupo de Mayor (1995) propõe um terceiro elemento: a *autopoiese*. Vejamos a seguir as características básicas de cada uma das estratégias metacognitivas apresentadas por Portilho (2011).

*Estratégia de Consciência* – refere-se à toda atividade metacognitiva que favorece os diferentes níveis de consciência, de intencionalidade e de introspecção. Níveis esses que são adquiridos pelo ser humano por possuírem a capacidade de criar consciência de si mesmo, de regular e refletir sobre suas próprias ações. Um recurso importante para criar consciência de si mesmo é colocar o foco da atenção nas atividades a serem desenvolvidas. A consciência reguladora, por sua vez, procura saber como controlar e melhorar suas ações de forma que se tenha uma consciência desse controle. Por sua vez, a consciência reflexiva nos auxilia a tomar conhecimento sobre a ação da nossa cognição.

*Estratégia de Controle* – implica no monitoramento de uma determinada ação que o indivíduo realizará, por meio de metas preestabelecidas para a concretização da ação. Muitas vezes usamos ações automatizadas, sem perceber, pelo motivo de serem ações cotidianas, mas quando essas saem da naturalidade, ou seja, quando algo foge à rotina, ficamos sem saber agir. Para que isso não aconteça, é necessário que todas as ações, mesmo as mais comuns, possam ser executadas de maneira controlada. Esse autocontrole nos possibilita utilizar as estratégias acertadas com o objetivo de otimizar a execução de tarefas.

*Estratégia de Autopoiese* – Essa terceira estratégia metacognitiva foi proposta por Mayor (1995). A palavra autopoiese, de origem grega, significa o autofazer-se, a auto-organização de um organismo. Essa estratégia, por sua vez, é composta de três subcomponentes:

1. A análise e a síntese: nesta subcategoria a visão de partes é tão importante quanto a visão do conjunto para que se obtenha um retorno da ação realizada, refletida e controlada.
2. Recursividade: nesta subcategoria a repetição das ações nos possibilita a habilidade no progresso das tarefas que serão realizadas de forma sistemática na metacognição, de forma a entender a nossa cognição.
3. Retroalimentação: o feedback para adaptar-se a novas situações, que considera a autoaprendizagem após atividades realizadas e a auto-organização das estratégias que melhores resultados apresentam.

Essa estratégia de autopoiese nos possibilita considerar a metacognição enquanto aplicada na tomada de consciência do que se sabe, no controle de como se realiza as tarefas com o objetivo de aperfeiçoar-se a cada monitoramento. Permite também considerar como



construímos nossa consciência, não somente como produto do meio, mas como produto da análise, controle e ação desse meio.

Considerando que, conforme citado por Onuchic e Leal Jr (2015, apud Zuffi e Onuchic 2007) “...a prática da Resolução de Problemas, como uma tarefa intelectual exigente, facilita o acionamento da metacognição, ... e caracteriza-se como importante forma para o desenvolvimento dos processos mentais superiores”, veremos a seguir sobre como a resolução de problemas numa abordagem metacognitivas auxiliam no processo de aprendizagem.

### 3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AS ESTRATÉGIAS METACOGNITIVAS

#### *3.1. Resolução de Problemas versus Estratégias Metacognitivas: como esta interação está sendo abordada na literatura*

Quando buscamos na literatura informações sobre experiências metacognitivas, observamos que elas estão relacionadas especificamente a um determinado objetivo e, posteriormente, a uma ação cognitiva que está relacionada a uma área do conhecimento. Rosa (2011) nos apresenta o pensamento de Flavell sobre este direcionamento:

Ainda para Flavell (1987), o desenvolvimento da metacognição apresenta-se limitado caso o estudante não detenha conhecimentos específicos. Isso permite inferir que a associação da metacognição com questões específicas de ensino precisa estar apoiada em conteúdo específico, sem os quais não há como – nem por que – ativar o pensamento metacognitivo. (p.52)

No direcionamento de atividades que impulsionam o pensamento metacognitivo, podemos fazer uma associação perfeita no que diz respeito ao ensino da matemática, quando utilizamos a Resolução de Problemas, que é uma atividade que estimula o pensamento humano por meio de estratégias metacognitivas.

Cruz (1988), afirma que o ensino da resolução de problemas ao ser apoiado por estratégias metacognitivas provoca efeitos satisfatórios, pois o aluno ao aprender a resolver problemas não somente exercita aquela situação proposta, mas também toma consciência e faz uso de avaliações referentes ao seu processo cognitivo e vai regulando suas estratégias realizadas (p.54).

Como citado por Lima et al. (2018), sobre a necessidade atual da escola diante das inúmeras opções de propagação de informações existentes, tem-se que o mundo atual requer do sujeito competências para atuar como ser participante do mundo na resolução de situações diversas que surgem no cotidiano de cada um. Sendo assim, a escola tem a necessidade de adaptar-se para melhor contribuir no desenvolvimento de tais competências.

Devido a esta demanda, é necessário que as aulas de matemática se tornem cada vez mais interessantes e associadas com a realidade dos alunos. Um universo de informações está disponível a eles, até mesmo na sala de aula, quando ocorre o uso de aparelhos eletrônicos conectados à rede mundial de computadores, sendo que a escola tem a função de converter essas informações em conhecimentos. Como isso não é tarefa fácil, as pesquisas em educação estão se intensificando na busca de aprimorar os processos de aprendizagem, encontrando na

metacognição a possibilidade de desenvolvimento de capacidades que auxiliam na tarefa de ensinar, visto que “ela pode ativar os processos de raciocínio que são fundamentais para a resolução de problemas” (SPINILLO et al., 2014, p.11).

A resolução de problemas em matemática, associada à metacognição, auxilia em um melhor desempenho e consciência da atividade que está sendo realizada quando tem-se comportamentos metacognitivos no momento dessa resolução. Para orientar tais comportamentos são necessários alguns questionamentos ao aluno: “o que você está fazendo?” “Por que você está fazendo isso?” “Como isso vai lhe ajudar?”. Esses questionamentos não podem ser considerados uma receita única, mas são exemplos de questionamentos reflexivos. A ideia é que o professor de matemática contribua com o desenvolvimento metacognitivo dos seus alunos, nas atividades de resolução de problemas, quando os instiga a refletirem sobre suas ações diante das tarefas e como esses alunos determinam as estratégias que utilizam usualmente. Essas provocações para reflexão sobre a realização das atividades podem ser orientadas pelo professor ao formar grupos, ou nos anos finais do EF serem delegadas a monitores de grupos (próprios alunos) que foram orientados pelo professor (VAN DE WALLE, 2009, p. 78 apud LIMA, SILVA, NORONHA, 2018, p.131).

Ao inserir no cotidiano escolar estratégias metacognitivas, podemos observar algumas características manifestadas por bons estudantes. Boni e Laburú (2018) destacam que estes bons estudantes manifestam melhores aptidões em utilizar estratégias estruturadas, pois ao realizarem as atividades procuram sempre analisar o que sabem, a refletir sobre como lidar com o que sabem, a controlar o progresso e a analisar o resultado. Esses autores concluem que um bom estudante faz uso de suas competências metacognitivas.

Mas para tanto, é necessário que os professores se adaptem a novos comportamentos, de forma a serem professores eficazes para atuar no século atual. Para isso, o professor deve ser reflexivo e ter domínio sobre o conteúdo. É importante que ele proporcione aulas que incluam abordagens didáticas cognitivas e metacognitivas, que derivem em momentos de aprendizagem valiosos, levando cada aluno a se envolver ativamente no processo de aprendizagem (LOCATELLI, 2014 apud ROCHA, MALHEIRO, 2018, p.199).

Esse é um grande objetivo das práticas metacognitivas, o de levar estudantes a perceberem seus processos de aprendizagem e colocarem em prática nas atividades de Resolução de Problemas, como forma de interagir com a atividade proposta, assim como nos apresenta Leal Jr e Onuchic:

O estudante narra como aprendeu – o pensar-em-alta-voz, ou como aprendeu a aprender, que diz respeito ao/a movimento/atitude que se configura por meio da autorregulação e da metacognição no âmbito de uma prática sociointeracionista voltada para o ensino-aprendizagem. (LEAL JUNIOR e ONUCHIC, 2015, p. 965)

Melo (2014) apresenta o pensamento de Schoenfeld (1983) quanto à importância do planejamento para resolver situações problemas. O autor destaca que primeiramente sejam traçados os objetivos da questão, e ao longo da resolução haja monitoramento, e ao final da atividade os resultados sejam avaliados e sejam analisadas as possibilidades de uso de novas estratégias.

Murad (2005) apresenta em seu trabalho sugestões de estratégias, propostas por Koutselini (1991), que auxiliam o professor a criar em sua sala de aula um ambiente propício de conscientização sobre processos cognitivos. As estratégias citadas apresentadas em Murad (2005, p.26) são:

1. Estimulá-los a “pensar em voz alta”;
2. Focalizar a atenção na compreensão da maneira como se pensa e nos problemas que se tem que resolver;
3. Perguntar não apenas pelos resultados, mas, também pelo procedimento empregado ao pensar e pelas estratégias seguidas;
4. Ensinar estratégias para superar dificuldades;
5. Mostrar a relevância de cada assunto e encontrar conexões entre eles;
6. Estimular perguntas antes, durante e depois da elaboração da tarefa;
7. Ajudar a perceber conexões, relações, similaridades e diferenças;
8. Capacitar para que se tornem conscientes dos critérios de avaliação.

### ***3.2. Revisão bibliográfica sobre Estratégias Metacognitivas e Resolução de Problemas***

Essa interação entre as estratégias metacognitivas e a resolução de problemas tem motivado pesquisas relevantes relacionadas à formação do estudante que temos na atualidade. Buscamos, então, realizar uma revisão bibliográfica no intuito de saber o que está sendo pesquisado sobre este nosso tema, sabendo da importância deste ato, como nos relata Lakatos e Marconi (2003):

A pesquisa bibliográfica é um apanhado geral sobre os principais trabalhos já realizados, revestidos de importância, por serem capazes de fornecer dados atuais e relevantes relacionados com o tema. O estudo da literatura pertinente pode ajudar a planificação do trabalho, evitar publicações e certos erros, e representa uma fonte indispensável de informações, podendo até orientar as indagações. (LAKATOS; MARCONI, 2003, p.158)

A pesquisa bibliográfica deste trabalho foi realizada nas plataformas digitais BDTD, CAPES, Google Acadêmico e no Repositório Institucional da UFS, especificamente no PPGEICIMA (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática). A seguir destacamos algumas obras que serviram de base para a construção da minha proposta de pesquisa. Vejamos primeiramente o que encontramos no âmbito nacional.

Por meio de processos metacognitivos, ao resolver atividades com situações problemas, o estudante atua com autonomia no processo de resolução, supervisionando suas ações e estratégias, avaliando os resultados e conferindo se condizem com o que se espera da situação. “O conhecimento metacognitivo inclui o conhecimento das capacidades e limitações dos processos do pensamento humano, especialmente de si mesmo” (JUSTO, 2012, p.40 e 41). Ainda de acordo com Justo (2012), fica claro que as habilidades metacognitivas estão associadas à autonomia do estudante de encontrar as estratégias eficazes na resolução de uma situação problema, bem como ter o controle sobre o processo, alterando-o sempre que achar necessário.

O uso da escrita na construção de conhecimentos algébricos é relatado por Sedres (2013), em pesquisa de cunho qualitativo. Esse uso possibilita ao aluno exercitar uma outra forma de desenvolver conhecimentos matemáticos, por quebrar paradigmas de que a matemática é composta apenas por números e operações, e direciona os alunos a desenvolverem processos com princípios metacognitivos (LAFORTUNE e SAINT-PIERRE, 1996). Reforça também a diferença entre conhecimento metacognitivo e experiências metacognitivas, como sendo um, consequência do outro, pois nas experiências metacognitivas os alunos adquirem, a partir das suas percepções observadas e vivenciadas ao realizar uma tarefa, um conhecimento do que se sabe, do que se conhece. As atividades metacognitivas permitem despertar no aluno autonomia para resolução de problemas, valorizando a compreensão dele e auxiliando na mediação entre aprendizagem e conhecimento.

As contribuições para o ensino de matemática nas séries iniciais do ensino fundamental são investigadas por Pupin (2009), onde destaca que as atividades de resolução de problemas são especialmente significativas para a investigação dos processos metacognitivos do aluno. A proposta do estudo desse autor foi investigar a eficácia de procedimentos de desenvolvimento e habilidades metacognitivas em matemática, em que foram utilizados problemas aritméticos verbais com história em um ambiente lúdico de aprendizagem com 100 alunos de 3 turmas de segunda série do ensino fundamental. Todos os alunos foram avaliados por meio da Prova de Problemas Aritméticos Verbais com História (de adição, subtração, multiplicação e divisão) e o Subteste de Aritmética do Teste de

Desempenho Escolar – TDE. Após a realização da proposta foi observado que os alunos obtiveram resultados positivos e superiores aos obtidos anteriormente, demonstrando eficácia no sentido de promover uma melhoria nas habilidades metacognitivas.

Lucena (2013) investigou em livros didáticos se estão descritas atividades que promovam o desenvolvimento de estratégias metacognitivas dos alunos. Foram pesquisados em dois livros propostos no Guia do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), publicado em 2011, quais atividades que poderiam favorecer as habilidades metacognitivas em atividades relacionadas aos números racionais. Para isso, foram utilizadas as categorias propostas por Araújo (2009), o qual destaca que “é preciso criar situações de interação entre os alunos, que permitam a passagem de um plano de funcionamento cognitivo para um plano metacognitivo, aplicando situações problemas diferentes das que os alunos estão acostumados, os levando a desencadear estratégias metacognitivas” (ARAÚJO, 2009, p.182). Foi concluído que nos livros analisados foram encontradas poucas atividades que favoreciam estratégias metacognitivas; portanto, é necessário que o professor promova tais atividades que estão além dos livros didáticos.

Uma análise sobre a relação entre o contrato didático e metacognição na resolução de problemas foi apresentada por Araújo (2009), o qual contou com a colaboração de um professor de matemática e seus respectivos alunos do 8º ano do EF de uma escola particular do Recife. Em um primeiro momento, o professor foi orientado a auxiliar seus alunos a resolverem problemas algébricos estimulando as estratégias metacognitivas, e em um segundo momento foram introduzidos alguns problemas que visavam romper o contrato didático estabelecido. Essas aulas foram observadas pelo autor da proposta, buscando identificar o aparecimento de tais estratégias. Os resultados mostraram que, apesar das tentativas do professor, essas estratégias metacognitivas apareciam implicitamente, apresentadas por alguns alunos. Em contrapartida, foram sugeridas atividades que rompessem o contrato didático, e dessa vez fizeram emergir nos alunos estratégias metacognitivas de autorregulação, de forma explícita. A autora deixou claro que foi possível utilizar estratégias metacognitivas no ensino e aprendizagem da álgebra somente ao se romper com o contrato didático existente. No seu texto, a autora, aborda os trabalhos de Lester (1985) e Schoenfeld (1987), que apontam soluções para superação dos problemas de ensino-aprendizagem da matemática, partindo de uma análise das possíveis causas das dificuldades dos alunos em aprender conceitos matemáticos. Esses alunos seriam auxiliados a tomarem consciência de como se dá o processo de aprendizagem deles, de forma a despertar neles a necessidade de desenvolverem seus processos metacognitivos, como um dos objetivos básicos da educação.

Sperafico (2013) apresenta uma pesquisa que teve o objetivo de identificar a existência de relação entre a competência cognitiva, o uso de estratégias metacognitivas e a compreensão do erro na resolução de problemas matemáticos com equações algébricas do 1º grau. A pesquisa situou-se em turmas do 8º ano do EF de uma escola municipal de Porto Alegre, com 38 alunos selecionados aleatoriamente. Foi adotado um método misto de pesquisa, utilizando os instrumentos WASI, E-EMRP e TRPEA, que são escalas de avaliação da inteligência. O tratamento estatístico evidenciou a existência de relação entre a competência cognitiva e o desempenho na resolução de problemas e compreensão do erro pelo estudante, identificando também níveis diferenciados de competência cognitiva e de desempenho na resolução de problemas. Verificou-se também a existência de relação entre o uso de estratégias metacognitivas e a compreensão do erro. Com essa pesquisa podemos reafirmar a necessidade de desenvolver, em sala de aula, atividades com propósito de treinamento do uso correto de estratégias metacognitivas, visando a capacidade de resolução de problemas matemáticos e dando suporte a análise e correção do erro. A autora apresenta no seu texto as ideias e estratégias proposta por Sternberg (2008), que considera que os estudantes se deparam com problemas de diversas áreas do conhecimento de seu cotidiano. Para solucioná-los, são direcionados sete passos, que podem ser flexibilizados, em que as emoções e motivações dos estudantes podem influenciar e afetar como esses problemas podem ou não serem resolvidos. Os sete passos são: identificar o problema, definir e representar o problema, formular estratégias, organizar as informações, alocar os recursos, monitorar e avaliar os resultados (SPERAFICO, 2013, p.17).

Chahon (2006) propõe uma revisão das habilidades utilizadas em atividades de resolução de problemas e especificamente com relação a problemas aritméticos verbais. Apresentando a metacognição enquanto “um novo paradigma”, que segundo Seminerio et al. (1999), representa “uma ruptura frente ao paradigma behaviorista, levando ao tratamento dos processos mentais em primeira pessoa” (p.164), cuja eficácia foi observada em sucessivas intervenções conduzidas pelo Laboratório de Metacognição da UFRJ. Apresenta também a resolução de problemas refletindo, segundo Brito (2000), enquanto metodologia de ensino, em que as maiores dificuldades parecem se concentrar na etapa de sua representação (p.166).

Em uma investigação com estudantes de outro nível de ensino, Máximo e Abib (2013), identificaram habilidades metacognitivas produzidas por estudantes do Ensino Médio durante a resolução de problemas sobre fenômenos térmicos, em conformidade com teóricos deste assunto. Os autores identificaram três habilidades metacognitivas dos estudantes: reconhecer o nível de dificuldade do problema, desenvolver uma estratégia para a resolução

de problemas e colocar-se no lugar do outro para interpretar possíveis ideias dele. Essas habilidades metacognitivas possibilitam que o conhecimento metacognitivo adquirido numa determinada estratégia auxilie no desenvolvimento de estratégias próprias de resolução de problemas.

Lima, Silva e Noronha (2018), ao relatarem uma investigação com estudantes do sexto ano do ensino fundamental, apontaram possíveis estratégias metacognitivas numa atividade de resolução de problemas verbais, a partir de técnicas argumentativas com propósito de motivar os alunos a refletir sobre os processos empregados por eles durante a resolução dos problemas e sobre as soluções encontradas para os problemas. Como os autores identificaram indícios de desenvolvimento de habilidades metacognitivas, eles concluíram que as estratégias utilizadas nas resoluções de problemas, quando são discutidas, parecem auxiliar no monitoramento e controle de atividades vindouras, contribuindo com o desenvolvimento dos pensamentos metacognitivos.

Gouveia (2014), em seu trabalho, identificou a forma como a noção de função é tratada pelos materiais de apoio ao ensino dos estudantes da rede de ensino da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, apontando como esses materiais influenciam o trabalho do professor em sala de aula e os sistemas avaliativos do estado quanto ao conceito de função. Dentre as abordagens apresentadas nesta pesquisa, o que nos interessou foi a abordagem teórica dos níveis de conhecimentos esperados pelos estudantes (técnico, mobilizável e disponível) para a noção de função diante das relações institucionais encontradas no processo de ensino e aprendizagem. A partir dessa abordagem, o autor buscou identificar as marcas das relações institucionais sobre as relações pessoais, para assim compreender melhor sobre em qual nível se encontra os estudantes na transição entre o Ensino Fundamental e o Ensino Médio, observando que no Ensino Fundamental já se introduz a noção de função por meio da associação com a noção de proporcionalidade. Portanto, os níveis aqui citados serviram de base para que os professores, diante das avaliações do estado, pudessem categorizar os níveis de desenvolvimento dos estudantes e o que esperar deles diante das atividades apontadas.

No PPGEICIMA – UFS, encontramos nos trabalhos apresentados a seguir relatos de pesquisas em nosso estado sobre os temas abordados: Metacognição, Resolução de Problemas e Níveis de conhecimentos esperados pelos estudantes.

Em um estudo realizado por Campos (2017) foram investigadas as estratégias metacognitivas construídas por estudantes da Educação de Jovens e Adultos (EJA) de uma escola da rede municipal de Aracaju, SE, que estavam em fase de letramento, ao resolver problemas matemáticos. Dentre os diversos autores citados no texto, a autora menciona



Schoenfeld (1985; 2015), o qual não apresenta passos, mas fatores que compõem uma estrutura para a obtenção do sucesso de resolução de problemas: conhecimento: saberes matemáticos, estratégias de resolução de problemas: heurística, controle: decisões (metacognição – autorregulação), convicções: crenças que determinam a abordagem da problematização (CAMPOS, 2017, p.34). A investigação envolveu as seguintes etapas: observação, entrevistas, aplicação de questionários, aplicação de sequências didáticas e elaboração de diário de campo para coleta e análise de dados obtidos. O embasamento teórico do estudo possibilitou as interpretações dos fenômenos didáticos ocorridos em sala de aula, visando quatro categorias: matemática na EJA, Resolução de Problemas Matemáticos, Metacognição e Relação com o Saber. Diante da atividade, em uma entrevista uma aluna afirmou que: “raciocinar é mais fácil que explicar, referindo-se ao produto da atividade, ou seja, para ela, a cognição (pensar sobre a atividade para solucioná-la) é mais simples que a metacognição (pensar sobre como foi seu raciocínio durante a resolução).” Na análise dos dados, foi concluído que o conceito de metacognição e a teoria da Relação com o Saber, defendida por Bernard Charlot (2000, 2005, 2013) se inter-relacionam, uma vez que ambos compreendem o olhar do sujeito sobre si e sobre o saber.

Trindade (2019) apresenta uma análise de como alguns professores de matemática da rede municipal de Aracaju, SE, fazem uso de diferentes tipos de problemas matemáticos em busca de indícios do uso da Resolução de Problema como Metodologia. Para tanto foram coletados dados a partir de entrevista semiestruturadas com os professores para que fosse possível inferir que os problemas utilizados por eles, analisados a partir da coleção “A conquista da Matemática”, livros utilizados em 85% da rede municipal, eram utilizados enquanto metodologia a partir do entendimento de que os professores utilizavam a Resolução de Problemas enquanto meio de ensinar os conteúdos matemáticos e não apenas um recurso para fixar um conteúdo ensinado. Com a pesquisa foi possível identificar indícios do uso da Resolução de Problemas enquanto metodologia, em apenas alguns casos em que os professores na capital aracajuana apontam alguns tipos de problemas que são os mais indicados como ponto de partida para a atividade matemática e não apenas para fixar um conteúdo, apontando assim indícios do uso, ainda que reduzidos, da utilização de Resolução de Problemas como Metodologia.

Fonseca (2015) investigou o potencial das transformações dos registros de representação semiótica em uma proposta de ensino de Análise Combinatória construída com base na resolução de problemas para alunos da 2ª série do ensino médio, numa escola da capital do estado de Sergipe, para tal foram utilizados como base teórica os registros de

representação semiótica, níveis de conhecimentos esperados dos estudantes e resolução de problemas, utilizando a engenharia didática enquanto aspectos metodológicos. O estudo foi desenvolvido a partir da aplicação de sequência didática com atividades relacionadas ao ensino de Análise Combinatória, buscando aproximar a ciência da vida real relacionando o conteúdo da disciplina e o cotidiano dos discentes. O desenvolvimento da Sequência Didática e os resultados obtidos mostraram-se positivos para o processo de ensino e aprendizagem, pois foi percebida a participação ativa dos discentes nas atividades de Resolução de Problemas propostas, bem como o favorecimento do desenvolvimento do raciocínio combinatório e a visualização do objeto matemático e seus registros.

Essas foram as bases teóricas que nos apoiaram na construção da metodologia descrita a seguir. Observamos que foram realizadas diversas pesquisas evidenciando a importância da Resolução de Problemas enquanto metodologia no ensino da matemática, bem como sobre a importância de identificar níveis de conhecimentos esperados pelos estudantes para o desenvolvimento da resolução dos problemas. Diante das dificuldades encontradas para ensinar matemática, buscaram-se algumas vivências no cotidiano da sala de aula, o que inclui a metacognição, que direcionam os alunos a se perceberem enquanto aprendizes e atuantes no processo de aprendizagem.

#### 4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentaremos o percurso metodológico que utilizamos nesta pesquisa, o que abrangerá os procedimentos e métodos utilizados no estudo, apresentaremos também as etapas vivenciadas para levar até o ambiente da sala de aula o que discutimos teoricamente.

O tema estudado foi discutido, confrontado e apoiado nos referenciais teóricos que foram apresentados anteriormente. Observamos na literatura que esse é um tema de abordagem atual, apesar de suas primeiras discussões não serem recentes.

A pesquisa aqui explicitada é de natureza qualitativa, na modalidade estudo de caso, que implica em uma participação planejada do pesquisador na problemática a ser investigada. Para Minayo (2001, p.14), a pesquisa qualitativa “trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e nos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”. A modalidade estudo de caso, segundo Yin, tem:

Uma tendência em todos os tipos de estudo de caso, é que ela tenta esclarecer uma decisão ou um conjunto de decisões: o motivo pelo qual foram tomadas, como foram implementadas e com quais resultados. (Schramm, 1971, grifo nosso, apud Yin 2001, p.31)

As atividades do projeto na escola foram iniciadas em abril de 2019, depois de termos recebido do Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe a autorização para a realização das etapas previstas junto aos participantes.

A escola escolhida para a aplicação do projeto é o local de trabalho da pesquisadora autora desta dissertação. Tendo iniciado a vida profissional na rede municipal de ensino da cidade de Areia Branca, SE, há 25 anos, ela trabalha há 10 anos na Escola Municipal José Romão do Nascimento, instituição onde foi realizada a pesquisa. Nessa escola ela atuou em variados cargos: professora, coordenadora, técnica em projetos (Laboratório de Informática e Mais Educação) e, por fim, como vice-diretora.

A Escola Municipal José Romão do Nascimento está localizada no Centro da cidade de Areia Branca, Sergipe. Areia Branca é um município localizado na região agreste do estado, a 36 km de Aracaju, capital. Esse município possui aproximadamente 20.000 habitantes (IBGE, 2019). Esta unidade de ensino oferece turmas de Ensino Fundamental, anos finais (6º ao 9º ano), nas modalidades regular e EJA. A escola possui 11 salas de aula,

laboratório de informática, sala dos professores, sala da direção, sala da secretaria, cozinha, pátio, quadra de esportes, sala de recursos para atendimentos a alunos especiais e auditório.

A escolha das turmas selecionadas para a participação no projeto, se deu a partir da primeira reunião com os professores, quando cada professor sugeriu uma turma de cada série, que tivesse menor índice de distorção idade/ano escolar e com índices reduzidos de reprovados no ano escolar em curso. Por ser uma escola da sede em uma cidade do interior, os alunos do 6º ano ingressantes na escola vieram, em sua maioria, de uma mesma escola da sede do município. E as demais turmas já eram alunos desta escola, facilitando assim uma melhor generalização dos dados coletados, por se tratarem de turmas com melhores rendimentos escolar em cada ano escolhido.

A fase inicial da pesquisa aconteceu em uma reunião para explanação sobre o projeto com os professores da disciplina matemática da escola, em que foram apresentadas estratégias metacognitivas para a realização de atividades de Resolução de Problemas, envolvendo operações aritméticas seguindo os níveis de conhecimentos esperados dos estudantes (mobilizável e disponível), repetidos em três encontros com os alunos. Antes da reunião com os professores e dos encontros com os alunos, o projeto foi apresentado ao representante da diretoria da escola, que concordou que as atividades fossem realizadas, tendo assinado o Termo de Anuência (Apêndice A). Detalhes sobre o que foi realizado na reunião com os professores e nos três encontros com os alunos estão descritos a seguir:

## APRESENTAÇÃO DO PROJETO AOS PROFESSORES DA ESCOLA

A reunião para apresentação do projeto aos professores da escola aconteceu no dia 22/05/2019 no Laboratório de Informática da escola, uma semana antes de iniciarmos as atividades com os alunos. Nessa reunião estavam presentes os professores de matemática lotados nesta escola; todos eles são licenciados em matemática e efetivos da rede municipal do quadro dos professores de matemática.

Primeiramente foi feita a apresentação da pesquisa aos professores de matemática, por meio de apresentação de slides (Apêndice B) e explanação, para que eles tomassem ciência do assunto que seria abordado e as estratégias metacognitivas que seriam exploradas.

Ainda nesta reunião foi reproduzido um vídeo de curta duração, denominado: “Aprender a aprender” ([https://youtu.be/Pz4vQM\\_EmzI](https://youtu.be/Pz4vQM_EmzI)), que demonstra, por meio de uma animação sobre o processo de aprendizagem por meio da observação e a importância da

prática para se chegar ao aprendizado. Logo após a reprodução do vídeo, foi aplicado, aos professores, um questionário metacognitivo para adultos, elaborado por Portilho (2011) com base no modelo de Mayor (1995), para que eles pudessem analisar o próprio processo cognitivo, auxiliando-os na compreensão do conceito da Metacognição. Na finalização deste momento, ficou acertado com os professores presentes em quais turmas seriam aplicadas as atividades do projeto em uma das aulas semanais de matemática, durante 3 semanas, sendo uma turma de cada professor. As turmas que participaram desta pesquisa foram: 6º ano B com 39 alunos, 7º ano B com 36 alunos, 8º ano A com 35 alunos e 9º ano A com 39 alunos. Essas turmas foram escolhidas pelos próprios professores e são turmas em que a distorção idade e ano são mínimas, ou seja, os alunos estão na faixa etária prevista para o ano que estão cursando. Na oportunidade, os professores assinaram o termo de assentimento livre e esclarecido (TALE – Apêndice C).

Na reunião, também foi acertado o cronograma das atividades com os alunos, a serem realizados nos meses de maio e junho de 2019. No quadro 1 estão apresentadas as datas e horários dos encontros com os alunos. Os professores de matemática participaram dos encontros em suas respectivas turmas.

Quadro 1 – Cronograma dos encontros nas respectivas turmas.

Quadro 1 – Turmas e datas dos encontros ocorridos em 2019.

Encontro	Série/Turma	Data
1	6ºB	29/05
	8ºA	29/05
	7º B	30/05
	9ºA	30/05
2	6ºB	05/06
	8ºA	05/06
	7º B	06/06
	9ºA	06/06
3	6ºB	12/06
	8ºA	12/06
	7º B	13/06
	9ºA	13/06

## PRIMEIRO ENCONTRO

O primeiro encontro com os alunos, ocorrido nos dias 29 e 30/05/2019, aconteceu nos respectivos horários das aulas de matemática (uma turma por vez), no Laboratório de Informática da escola. Logo após a apresentação do projeto aos alunos, eles assinaram os termos de assentimento livre e esclarecido (TALE - Apêndice D), e, como são menores de idade, levaram o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE – Apêndice E) para que os pais deles assinassem. Após a apresentação do projeto, iniciou-se a atividade com a reprodução de uma animação, intitulada “Aprender a aprender” ([https://youtu.be/Pz4vQM\\_EmzI](https://youtu.be/Pz4vQM_EmzI)). Ao término do vídeo, foi dedicado um tempo para debate sobre o aprendizado e a importância da prática em atividades que favoreçam o aprendizado, que é o tema central da animação, dando um destaque para o ensino da matemática.

Após o debate sobre a mensagem apresentada na animação “Aprender a aprender”, foi proposto na ocasião que os estudantes resolvessem individualmente três situações-problemas com operações aritméticas, correspondente ao nível de conhecimento esperado dos estudantes: disponível (Apêndice F). Neste momento, utilizamos o roteiro proposto por Onuchic e seu GTERP, composto por 9 etapas, em que utilizamos apenas 7, divididas em dois momentos (da 2ª etapa até a 8ª etapa). Primeiramente foi solicitada a “Leitura individual” (2ª etapa), em seguida a “Leitura em conjunto” (3ª etapa), após a compreensão do que estava pedindo o problema, solicitamos a “Resolução do Problema” (4ª etapa). Nessa, o professor tem a função de “Observar e Incentivar” (5ª etapa).

Como a nossa proposta é promover um ambiente com estratégias metacognitivas, seguimos as 8 estratégias citadas em Murad (2005), também divididas em dois momentos em que primeiramente ao aplicar a 2ª e 3ª etapas do GTERP, estimulamos os alunos a pensarem em voz alta (1ª estratégia), focalizando a atenção na compreensão da maneira como se pensa e nos problemas que se tem que resolver (2ª estratégia). Na realização da 4ª e 5ª etapas do GTERP, perguntamos não apenas pelos resultados, mas, também pelo procedimento empregado ao pensar e pelas estratégias seguidas (3ª estratégia). As demais etapas e estratégias foram aplicadas no segundo encontro.

Quando faltavam 10 minutos para o término da aula, os alunos responderam um questionário metacognitivo para crianças, elaborado por Portilho (2011) com base no modelo de Mayor (1995), apresentado no Quadro 2. O questionário é composto por doze afirmações com duas possibilidades de respostas (sim ou não), com uma divisão em quatro categorias de

estratégias metacognitivas: *Compreensão* (questões de 1 a 3), *Atenção* (questões de 4 a 6), *Autocontrole* (questões de 7 a 9), *Organização* (questões de 10 a 12).

Quadro 2 – Questionário metacognitivo elaborado por Portilho.

1. Não tive dificuldade para encontrar o que dizia o problema.
2. Foi fácil decidir qual era a operação (+, -, X ou /).
3. Se fosse necessário explicar a um companheiro (a) como resolvi este problema, eu o faria sem dificuldades.
4. Quando estava fazendo este problema, não tive de lê-lo muitas vezes para entendê-lo.
5. Não me cansei ao resolver este problema.
6. Não me interessei somente pelos números.
7. Não fiquei nervoso ao resolver este problema.
8. Por ser um problema de matemática, tive vontade de fazê-lo
9. Comprovei o resultado, antes de começar o questionário.
10. Antes de começar a fazer este problema, procurei as ideias mais importantes.
11. Soube escolher os passos para organizar este problema.
12. Fiz um esquema do problema para entender o que estava fazendo.

## SEGUNDO ENCONTRO

O segundo encontro com os alunos (05 e 06/06/2019) aconteceu na sala de aula de cada turma, em seus respectivos horários da aula de matemática. A pesquisadora, juntamente com o professor da turma, iniciou a aula retomando o roteiro do GTERP com a análise e correção da atividade da aula anterior, em que foram feitos os “registros das resoluções na lousa” (6ª etapa). Nessa etapa os alunos puderam observar o que erraram, pois foram respondidos no quadro os três problemas propostos, com a participação coletiva deles, dando oportunidade para que apresentassem as estratégias que utilizaram na resolução “plenária” (7ª etapa). Com a plenária, buscou-se assim um consenso (8ª etapa), para que pudessem concordar e entender o resultado correto, com a finalidade demonstrar aos alunos que não existe apenas uma estratégia para chegar a uma solução. Seguindo ainda as estratégias metacognitivas, ao serem realizadas as etapas 6ª e 7ª, foram ensinadas estratégias para superarem as dificuldades (4ª estratégia), mostrando a relevância de cada assunto e encontrando conexões entre os assuntos (5ª estratégia), estimulando perguntas durante todo o processo (6ª estratégia). Na aplicação da 8ª etapa procuramos ajuda-los a perceberem conexões, relações, similaridades e diferenças (7ª estratégia) e capacitando para que eles se tornem conscientes dos critérios de avaliação (8ª estratégia).

Após este momento, foi aplicada mais uma atividade composta de três situações problemas com operações aritméticas (Apêndice G), correspondentes aos níveis esperados de conhecimentos: disponível e mobilizável. Para essa segunda atividade foram repetidas as etapas e estratégias descritas no primeiro encontro. Quando faltavam 10 minutos para o término da aula, foi proposto o mesmo questionário metacognitivo da aula anterior, em que eles, mais uma vez, puderam analisar o próprio processo de resolução das atividades e o desempenho na solução de tais problemas.

### TERCEIRO ENCONTRO

Para a confirmação dos dados da pesquisa, foram realizadas no terceiro encontro, nos dias 12 e 13/06/2019, atividades semelhantes às realizadas no segundo encontro, seguindo as etapas e estratégias descritas anteriormente. Logo após, eles resolveram mais três problemas com operações aritméticas (Apêndice H), correspondentes aos níveis esperados de conhecimentos: disponível e mobilizável, em que mais uma vez analisaram o próprio desempenho por meio do questionário metacognitivo.

Em uma outra aula, cada aluno foi entrevistado, para que explicasse como resolveu os últimos três problemas, despertando nestes estudantes vivenciar a metacognição. A partir das respostas dadas por estes alunos na entrevista, estas foram agrupadas em categorias, de acordo como eles expressaram o seu processo de resolução de problemas, como citado em Máximo e Abib (2013), a identificação de habilidades metacognitivas possibilitam que o conhecimento metacognitivo adquirido numa determinada estratégia auxilie no desenvolvimento de estratégias próprias de resolução de problemas.

A seguir apresentamos detalhadamente como ocorreram os encontros e o que foi observado ao longo dos três encontros.



## 5. DISCUTINDO OS RESULTADOS

Após os momentos de realização das atividades na Escola Municipal José Romão do Nascimento, como descritas anteriormente, fizemos a análise dos resultados obtidos com os dados que foram colhidos na execução das atividades de Resolução de Problemas e nas respostas aos Questionários Metacognitivos aplicados após o término de cada atividade.

Na reunião com os professores da disciplina matemática o foco foi a apresentação do projeto. Os professores relataram algumas dificuldades que são recorrentes nas aulas e sobre o desestímulo deles quanto aos baixos rendimentos dos alunos nas avaliações, alegando que as maiores carências estão no despreparo dos alunos relacionados com o conhecimento das operações aritméticas básicas ao ingressarem no Ensino Fundamental – anos finais.

### *5.1 Análise à Priori*

#### PRIMEIRO ENCONTRO (Problemas do Nível Disponível)

As atividades de Resolução de Problemas previstas para o primeiro encontro, foram realizadas nas 4 turmas selecionadas entre os professores e a pesquisadora. Essas atividades foram propostas com o intuito de observar como os estudantes realizam tais atividades, incentivá-los a agirem de forma metacognitiva, quais métodos eles utilizam e os estimular a pensar como foi que realizou a tarefa.

Os três problemas resolvidos nesse encontro foram classificados como do nível disponível de conhecimento esperado pelos estudantes.

O primeiro dos três problemas foi: “Num jogo, João Paulo, de 11 anos perdeu 280 pontos e ainda ficou com 1420. Quantos pontos ele tinha no início do jogo?” Esperávamos que os alunos realizassem uma soma dos valores de pontos que João Paulo perdeu com os pontos que lhes restou. A idade do menino, 11 anos, foi uma informação desnecessária para que os alunos pudessem compreender o objetivo e descartassem o que não era útil. Uma barreira que eles encontraram na resolução esteve relacionada com a informação “perdeu”, que muitas vezes está ligada à operação da subtração. Portanto a situação aqui foi de interpretação e o correto seria uma soma entre 1420 e 280 ( $1420 + 280 = 1700$ ). A resposta esperada pelos alunos era: João Paulo tinha no início do jogo 1700 pontos.

No segundo problema - “Carlos comprou uma televisão no valor de R\$ 950,00, dividida em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô o

restante do dinheiro para a quitação da dívida. Quanto Carlos recebeu?” São apresentadas duas informações: a primeira de que o valor total da televisão que Carlos comprou foi dividido em 10 parcelas, uma divisão direta de 950 por 10 ( $950/10 = 95$ ). Em seguida é informado que após Carlos pagar 4 parcelas, ele recebeu do avô um valor para pagar o restante da dívida. A pergunta do problema era quanto Carlos recebeu, o que é possível responder de duas maneiras. Na primeira, é preciso calcular quanto Carlos pagou nas 4 parcelas ( $4 \times 95 = 380$ ) e subtrair pelo valor total de 950 reais ( $950 - 380 = 570$ ). Na segunda, basta analisar que se foram 10 parcelas e ele pagou 4, então ele recebeu do avô o suficiente para pagar 6 parcelas (podendo-se realizar um cálculo mental simples:  $10 - 4 = 6$ ); em seguida multiplicar essa quantidade pelo valor das parcelas ( $95 \times 6 = 570$ ). A resposta esperada para o problema era: Carlos recebeu de seu avô a quantia de 570 reais.

Terceiro problema: “Marcelo tinha 77 figurinhas e Paulo tinha 58. Marcelo deu algumas de suas figurinhas para Paulo. Depois dessa doação, é possível que Marcelo e Paulo fiquem, respectivamente, com as seguintes quantidades de figurinhas: a) 82 e 53; b) 74 e 62; c) 68 e 68; d) 66 e 69; e) 56 e 89”. Esse problema demanda uma análise diferente da dos demais, pois não existe uma forma de resolução padrão, visto que o corpo do texto não apresenta claramente as informações necessárias para que se encontre a resposta, sendo necessário que sejam analisadas todas as alternativas para que se descubra qual é a correta. Vejamos: sabemos que Marcelo tinha 77 figurinhas e doou algumas para seu amigo Paulo, que já tinha 58 figurinhas. O primeiro passo esperado seria somar as quantidades de figurinhas que os dois possuem juntos ( $77 + 58 = 135$ ), pois essa quantidade permanece igual após a doação das figurinhas. Logo após faríamos a análise das alternativas: a) 82 e 53 ( $82 + 53 = 135$ ) poderia ser uma alternativa correta se não se conhecesse a informação que Marcelo doou e, por isso, não poderia ficar com uma quantidade maior que a anterior, portanto essa alternativa não corresponde a uma resposta correta; b) 74 e 62 ( $74 + 62 = 136$ ), não corresponde a uma resposta correta, pois a soma da figurinha dos dois é 135 figurinhas e não 136; c) 68 e 68 ( $68 + 68 = 136$ ) também não é correta, pois a soma desse resultado é de 136 e não 135; d) 66 e 69 ( $66 + 69 = 135$ ), essa alternativa corresponde com as informações apresentadas no texto: Marcelo ficara com menos figurinhas (66) e a soma dos dois continua sendo 135 figurinhas; e) 56 e 89 ( $56 + 89 = 145$ ) também não corresponde ao que é solicitado no problema, pois a soma excede a quantidade de figurinhas que os dois possuem juntos.

Estes problemas serviram para que pudéssemos investigar também como os alunos analisam seus erros e como tentam aprender a partir deles. Conforme afirmam Casávola et al.

(1998), sobre as problemáticas que suscitam nos erros cometidos pelos alunos durante a aquisição de conhecimentos:

“Os erros cometidos pelas crianças durante a aquisição de conhecimentos suscitam uma grande problemática. Por um lado, trata-se de uma questão pedagógica, no que tange a relacioná-los com o tipo de atitude que o docente deve assumir diante do erro e a maneira de corrigi-los. Por outro lado, é uma questão psicológica na medida em que é pertinente perguntar se os erros são fatos aleatórios da aprendizagem ou se têm suas razões no mecanismo de aquisição dos conhecimentos.” (CASÁVOLA, 1988, p. 32).

## SEGUNDO ENCONTRO (Problemas do Nível Disponível e Mobilizável)

O 1º e 3º problemas a serem resolvidos nas atividades de Resolução de Problemas foram classificados como do nível disponível de conhecimentos esperados pelos estudantes e o 2º como no nível e mobilizável.

Para a resolução do primeiro problema - “Lúcia recebeu 12 pacotes de 8 cadernos cada. Quer dá-los de presente para 3 amigos seus, sendo que todos receberam a mesma quantidade. Quanto recebeu cada um?” - era esperado que os alunos fizessem a multiplicação dos 12 pacotes pela quantidade de 8 cadernos contidos em cada pacote ( $12 \times 8 = 96$ ), depois disso, que eles dividissem esse valor encontrado pela quantidade de 3 amigos que receberiam os cadernos ( $96 / 3 = 32$ ), ou então que eles dividissem os 12 pacotes pela quantidade de 3 amigos ( $12 / 3 = 4$ ) e que depois multiplicassem esse resultado por 8 cadernos, que eram os contidos em cada pacote ( $4 \times 8 = 32$ ). Essa última opção de resolução poderia ter sido feita com cálculo mental, pois envolve quantidades que eles conseguem multiplicar sem a necessidade de escrever o cálculo.

Megid e Fiorentini destacam a importância do cálculo mental que deve preceder ao algoritmo:

Entendemos que os algoritmos devam ser abordados no contexto da escola, mas não como ponto de partida para o ensino das operações fundamentais. Deveria ser o ponto de chegada de um caminho que se inicia com as ações concretas dos alunos, passando por suas estratégias pessoais, muitas vezes ancoradas nas habilidades do cálculo mental. A socialização dos recursos usados pelos diferentes alunos poderá promover uma aproximação à resolução de cálculos de uma maneira mais simples, cabendo aos alunos escolher seus próprios recursos. Somente ao final, caso o próprio grupo ainda não tenha (re) construído os algoritmos tradicionais, estes poderiam ser apresentados pelo professor (MEGID e FIORENTINI, 2011, p.9).

O objetivo do segundo problema - “Tenho duas caixas de canetas. Na primeira há 9 dúzias. Na segunda 1 centena e meia. Queremos saber: quantas canetas há ao todo na primeira

caixa? E na segunda caixa? Quanto há ao todo nas duas caixas?” - era de mobilizar os conhecimentos sobre dúzia ( $9 \times 12 = 108$ ), centena ( $1 \times 100 = 100$ ), metade de meia centena ( $100/2 = 50$ ) para realizar a soma, pois é perguntado “quanto há ao todo”. Então, tem-se que na primeira caixa há 108 canetas e na segunda 150, e ao todo são 258 canetas ( $108 + 150 = 258$ ). A resposta esperada era: Há ao todo nas duas caixas 258 canetas.

O terceiro problema - “Sabe-se que 100 celulares foram testados e verificou-se que 40 aparelhos apresentavam problemas na bateria, 28 apresentavam problemas no display e 35 não apresentavam nenhum desses dois tipos de problemas. O número de aparelhos que apresentavam problemas na bateria e no display é: a) 3; b) 5; c) 7; d) 9.” - Assim como o último problema do primeiro encontro, esse também não demanda uma ordem de resolução comum. Vejamos uma resolução que a pesquisadora propôs aos alunos no momento da resolução coletiva: dos 100 celulares que foram testados 40 apresentaram problemas na bateria e 28 no display e 35 não apresentavam problemas, daí pode-se calcular a quantidade de aparelhos que apresentaram um só tipo de problema ( $40 + 28 = 68$ ); como 35 não apresentaram nenhum problema, tem-se que subtraindo-se do total de celulares a quantidade dos que tinham problemas ( $100 - 35 = 65$ ), para saber quantos celulares apresentaram problemas no display e na bateria simultaneamente, pode-se subtrair esses dois resultados encontrados ( $68 - 65 = 3$ ) para se determinar a quantidade de aparelhos que apresentaram os dois problemas.

### TERCEIRO ENCONTRO (Problemas do Nível Disponível e Mobilizável)

Entendemos que a frequência de resolução de problemas auxilia os estudantes no aperfeiçoamento da prática de métodos de resolução. Por isso, no terceiro encontro os alunos resolveram mais três problemas, seguindo os níveis de conhecimentos esperados pelos estudantes: disponível (1º) e mobilizável (2º e 3º). Vejamos o que Santos e Silva (2015) nos falam sobre a importância de realizar atividades rotineiras:

A resolução de problemas pressupõe a utilização de um conjunto de estratégias e conhecimentos conceituais, atitudinais e procedimentais, ao passo que a solução de atividades “se baseia no uso de habilidades ou técnicas sobreaprendidas (ou seja, transformadas em rotinas automatizadas como consequência de uma prática contínua)” (ETCHEVERRÍA; POZO, 1998, p. 16 apud SANTOS; SILVA, 2015).

Uma opção de resolução do primeiro problema proposto nesse encontro está discutida a seguir.

O problema foi “Um caminhão transportou 9 engradados contendo 22 frangos cada um. Se fez 9 viagens, quantos frangos transportou ao todo?” – seria efetuar duas multiplicações: na primeira, multiplica-se a quantidade de engradados (9) pela de frangos (22) que cada engradado comporta ( $9 \times 22 = 198$ ). Então, em cada viagem, o caminhão transportou 198 frangos, e se ele fez 9 viagens ( $9 \times 198$ ), transportou 1782 frangos. Essa repetição do número nove (9) nas duas multiplicações precisa ser levada em conta para que não haja confusão na resolução.

Para o segundo problema - “(Prova Brasil 2009) A biblioteca de uma escola tem 1 milhar de livros didáticos, 4 centenas de livros de literatura, 2 dezenas de livros de arte e 4 dicionários. Quantos livros há na biblioteca da escola?” – foram apresentadas as seguintes opções de resposta: a) 1242 livros; b) 1244 livros; c) 1404 livros; d) 1424 livros. Os alunos mobilizam nesta atividade os conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal e realizam uma adição. Como problemas envolvendo esses conhecimentos são comuns desde o início do Ensino Fundamental, muitos alunos conseguem realizar esta adição por meio de cálculo mental ( $1 \text{ milhar} = 1000 + 4 \text{ centenas} = 400 + 2 \text{ dezenas} = 20 + 4 \text{ unidades} = 1424$ ) ou com a soma escrita ( $1000 + 400 + 20 + 4 = 1424$ ). Outra forma utilizada pelos alunos foi a de observar o valor posicional das classes dos números naturais ( $1M4C2D4U = 1424$ ). Megid e Fiorentini (2011) citam o cálculo mental como sendo um recurso utilizado, mas que muitas vezes as pessoas não conseguem explicar como o utilizaram:

Pode ser importante destacar que as práticas utilizadas para o cálculo aritmético nas escolas fundamentais, os algoritmos veiculados, representam uma entre as tantas produções humanas construídas no decorrer da história para facilitar o cálculo. Outras tantas foram utilizadas e ainda hoje podem ser empregadas para a realização dos cálculos. Exemplo disso é o cálculo mental. As pessoas utilizam diferentes recursos para realizar as operações mentalmente e, muitas vezes, têm dificuldades para explicar os processos utilizados (MEGID e FIORENTINI, 2011, p.9).

No terceiro problema - “(Prova Brasil 2009) Bianca e suas amigas saíram para comer uma pizza. Depois de 20 minutos de conversa elas já haviam comido 50 % da pizza. Qual fração abaixo representa o total da pizza que elas já comeram? a)  $\frac{2}{4}$ ; b)  $\frac{5}{4}$ ; c)  $\frac{3}{8}$ ; d)  $\frac{4}{2}$ .” - temos uma situação problema cuja resolução depende da mobilização de conhecimentos. A resposta ao problema decorre da análise do problema e não de cálculos aritméticos, pois nele é informado que depois de 20 minutos, Bianca e suas amigas comeram 50% de uma pizza, sendo apresentadas quatro alternativas de frações para que os alunos comparem qual delas representa os 50% que foi comido da pizza. Mais uma vez existe uma informação que deve ser descartada, os 20 minutos, que em nada interfere na resposta. Muitas vezes, os alunos

sentem dificuldades, ao encontrar questões desse tipo, com poucas informações de como realizar cálculos e principalmente quando se refere a números fracionários e decimais, dos quais os alunos têm dificuldades de compreensão e leitura. Souza, Paz e Biserra (2012), destacam uma citação de Campos e Rodrigues (2007), sobre os obstáculos enfrentado pelos alunos ao se deparem com os conjuntos dos números racionais:

Salientam que: [...] sua compreensão envolve uma variedade de aspectos que se configuram como obstáculos ao seu pleno domínio, pois, embora esse conjunto numérico seja uma extensão dos naturais, as tentativas de estabelecer paralelos entre procedimentos relativos aos dois conjuntos ora são válidas, ora não são, deixando desorientados os alunos que procuram estabelecer esses paralelos, sem uma reflexão mais aprofundada (CAMPOS; RODRIGUES, 2007, p.69 apud SOUZA; PAZ; BISERRA, 2012, p.2).

A resposta esperada, portanto, para esse terceiro problema era a alternativa A, em que estava a fração  $\frac{2}{4}$ , pois era a única alternativa que representava a metade, mas para isso os alunos necessitam entender que 50% representa a metade da pizza e que  $\frac{2}{4}$  também representa esta mesma metade. Muitas vezes os alunos esquecem que fração representa uma divisão, constando de numerador e denominador.

Apresentaremos a seguir os resultados e obstáculos encontrados pelos alunos das quatro turmas, do 6º ao 9º ano, diante dos nove problemas propostos aos alunos e discutidos aqui.

## 5.2 *Análise à Posteriori*

### PRIMEIRO ENCONTRO

Após a realização das atividades de Resolução de Problemas Aritméticos e preenchimento do Questionário Metacognitivo no 1º encontro com os alunos, foi feita uma análise das resoluções dos problemas, conforme apresentado na tabela 1 e 2, que contém os percentuais de acertos das respostas dos problemas. Na tabela estão apresentadas as quantidades de alunos, por turma, que participaram das atividades de resolução de problemas e das respostas aos questionários metacognitivos, que foram apresentados após a atividade de resolução de problemas.

**Tabela 1** - Percentual de acertos dos alunos nas atividades de Resolução de Problemas Aritméticos que foram propostos no 1º encontro.

Nº	Problemas aplicados	Percentual de acertos			
		6º B 35 alunos	7º B 35 alunos	8º A 30 alunos	9º A 39 alunos
01	Num jogo, João Paulo, de 11 anos perdeu 280 pontos e ainda ficou com 1420. Quantos pontos ele tinha no início do jogo?	74,3	85,7	96,7	94,9
02	Carlos comprou uma televisão no valor de R\$ 950,00. Dividiu o valor total em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô, o restante do dinheiro para a quitação do aparelho. Quanto Carlos recebeu?	8,6	22,9	23,3	71,8
03	Marcelo tinha 77 figurinhas e Paulo tinha 58. Marcelo deu algumas de suas figurinhas para Paulo. Depois dessa doação, é possível que Marcelo e Paulo fiquem, respectivamente, com as seguintes quantidades de figurinhas: b) 82 e 53 c) 74 e 62 d) 68 e 68 e) 66 e 69 f) 56 e 89	34,3	28,6	36,7	51,3

**Tabela 2** – Percentual de respostas sim (S) e não (N) às questões do Questionário Metacognitivo aplicado no 1º encontro com alunos

Nº	Questões	Percentual de respostas							
		6ºB		7ºB		8ºA		9ºA	
		S	N	S	N	S	N	S	N
1	Não tive dificuldade para encontrar o que dizia o problema.	48,6	51,4	42,9	57,1	63,3	36,7	79,5	20,5
2	Foi fácil decidir qual era a operação (+, -, X ou /).	51,4	48,6	31,4	68,6	83,3	16,7	76,9	23,1
3	Se fosse necessário explicar a um companheiro (a) como resolvi este problema, eu o faria sem dificuldades.	54,3	45,7	40,0	60,0	63,3	36,7	74,4	25,6
4	Quando estava fazendo este problema, não tive de lê-lo muitas vezes para entendê-lo.	42,9	57,1	28,6	71,4	63,3	36,7	38,5	61,5
5	Não me cansei ao resolver este problema.	34,3	65,7	77,1	22,9	76,7	23,3	89,7	10,3
6	Não me interessei somente pelos números.	45,7	54,3	25,7	74,3	63,3	36,7	97,4	2,56
7	Não fiquei nervoso ao resolver este problema.	45,7	54,3	74,3	25,7	56,7	43,3	94,9	5,13
8	Por ser um problema de matemática, tive vontade de fazê-lo	22,9	77,1	40,0	60,0	10,0	90,0	10,3	89,7
9	Comprovei o resultado, antes de começar o questionário.	40	60	28,6	71,4	46,7	53,3	41	59
10	Antes de começar a fazer este problema, procurei as ideias mais	54,3	45,7	65,7	34,3	80,0	20,0	48,7	51,3

	importantes.								
11	Soube escolher os passos para organizar este problema.	45,7	54,3	40,0	60,0	76,7	23,3	79,5	20,5
12	Fiz um esquema do problema para entender o que estava fazendo.	48,6	51,4	57,1	42,9	56,7	43,3	48,7	51,3

Os problemas resolvidos pelos alunos no primeiro encontro foram classificados como do nível disponível de conhecimentos esperados pelos alunos, conforme a classificação de Robert (1998). Para auxiliar os alunos na resolução, utilizamos o roteiro de atividades proposto pelo GTERP, da 2ª a 8ª etapa. A primeira etapa trata de uma preparação do problema para ingressar em novo conteúdo, e não seria nosso caso, por estarmos trabalhando com operações aritméticas já conhecidas pelos estudantes. Da mesma forma, o último item aborda sobre a formulação do conteúdo iniciado no primeiro item.

Ao iniciarmos a atividade de Resolução de Problemas, entregamos as tarefas aos estudantes e pedimos que eles fizessem a leitura individualmente (2º etapa). Também fizemos a leitura em conjunto (3º etapa), para auxiliar os alunos na compreensão das palavras ou termos que não são comuns ao vocabulário cotidiano deles e discutimos o contexto dos problemas. Logo após iniciou-se a resolução dos problemas (4º etapa), que os alunos resolveram de forma colaborativa com os demais colegas. Durante essa atividade, o professor e a pesquisadora ficaram apenas observando e incentivando os alunos no desenvolvimento das tarefas (5º etapa) para que escolhessem um método dentre os recursos dispostos no problema. As etapas 6, 7 e 8 foram efetivadas no encontro posterior. Antes do término do primeiro encontro os alunos responderam ao questionário metacognitivo para autoanalisarem os seus processos de resolução de problemas.

No momento em que foi pedido que os estudantes fizessem a leitura individualmente, foram proporcionadas aos alunos as oito estratégias citadas por Murad (2005) para os orientar no desenvolvimento do pensamento metacognitivo durante as atividades que eles executariam nos encontros. Assim, foi pedido que lessem em voz alta cada problema por mais de uma vez para que pudessem compreender todos os dados informados (1ª estratégia), quer explícitos ou implícitos, possibilitando que focassem a atenção no objetivo da tarefa (2ª estratégia). Buscou-se, também, que prestassem atenção no processo de resolução, nos métodos possíveis e não somente no resultado encontrado (3ª estratégia). As demais sugestões de estratégias deste roteiro foram seguidas no segundo encontro, em que designamos um momento para a resolução em conjunto e apresentação dos métodos e dos resultados obtidos pelos alunos na resolução dos problemas aritméticos apresentados a eles no primeiro encontro.

Apresentaremos a seguir pontos e situações observadas na realização das atividades e resultados da pesquisa. Para tanto, ilustramos alguns recortes para facilitar o entendimento



sobre a cognição dos estudantes, mediante as atividades realizadas. Os estudantes foram identificados aqui como A, B, C ou D, representando o ano em que estavam matriculados: A – 6º ano; B – 7º ano; C – 8º ano; D – 9º ano, e um número correspondente a cada aluno.

O primeiro problema proposto aos alunos do 6º ao 9º ano foi: “Num jogo, João Paulo, de 11 anos perdeu 280 pontos e ainda ficou com 1420. Quantos pontos ele tinha no início do jogo?” Este problema foi resolvido sem dificuldades por 122 (87,9%) dos 139 alunos que a responderam segundo eles. Mas entre os alunos que não acertaram a resolução, observou-se algumas dificuldades, como exposto nos recortes a seguir:

#### Recorte 1 – Resposta do aluno A26

Este aluno, do sexto ano, ao ler a palavra “perdeu” associou a operação da subtração como sendo a que proporcionaria o resultado correto:

1) Num jogo, João Paulo, de 11 anos perdeu 280 pontos e ainda ficou com 1420. Quantos pontos ele tinha no início do jogo?

$$\begin{array}{r} 1420 \\ - 280 \\ \hline 1140 \end{array}$$

A = ele tinha no começo do jogo 1140

Recorte 1

#### Recorte 2 – Resposta do aluno B8

O aluno B8, do sétimo ano, compreendeu que necessitaria realizar uma adição; porém, não soube armar a conta e respeitar as classes das unidades (colocou centena acima da unidade de milhar...). Podemos observar a falta da prática em realizar tais tarefas, pois esse tipo de erro não deveria ocorrer na resolução de problemas desse tipo por alunos do sétimo ano, visto que é previsto como objetos de conhecimento na BNCC, desde o terceiro ano do Ensino Fundamental – anos iniciais, a prática de operações com números naturais e como obedecer aos procedimentos de cálculos com números naturais: adição e subtração (BRASIL, 2018, p. 286).

1) Num jogo, João Paulo, de 11 anos perdeu 280 pontos e ainda ficou com 1420. Quantos pontos ele tinha no início do jogo?

João Paulo tinha 4.200 pontos.

$$\begin{array}{r} 1420 \\ + 280 \\ \hline 4200 \end{array}$$

Recorte 2

**Recorte 3 – Resposta do aluno C23**

Esse aluno, do oitavo ano, cometeu os dois erros citados nos exemplos anteriores: entendeu a palavra “perdeu”, como sendo uma subtração e armou a conta de maneira equivocada, também expondo a mesma dificuldade de ordem de classe das unidades.

- 1) Num jogo, João Paulo, de 11 anos perdeu 280 pontos e ainda ficou com 1420. Quantos pontos ele tinha no início do jogo?

1380

$$\begin{array}{r} 280 \\ - 1420 \\ \hline 1380 \end{array}$$

Recorte 3

**Recorte 4 – Resposta do aluno D33**

Esse aluno, do nono ano, conseguiu armar a conta e escolher a operação correta, porém errou no cálculo aritmético:

1) Num jogo, João Paulo, de 11 anos perdeu 280 pontos e ainda ficou com 1420. Quantos pontos ele tinha no início do jogo?

Ele tinha 1600 pontos

$$\begin{array}{r} 1420 \\ - 280 \\ \hline 1600 \end{array}$$

Recorte 4

O segundo problema proposto foi: “Carlos comprou uma televisão no valor de R\$ 950,00. Dividiu o valor total em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô, o restante do dinheiro para a quitação do aparelho. Quanto Carlos recebeu?”. Nesse problema o percentual de acertos foi muito baixo. A professora do sexto ano justificou que ainda não havia iniciado a abordagem do conteúdo da divisão, e que por isso os alunos não conseguiram compreender que se tratava de uma divisão. Mas o que dizer do baixo resultado do 7º e 8º ano? Observou-se indícios de falta de atenção na leitura ou resolução do problema, pois vários alunos utilizaram-se apenas dos números informados e escolheram de maneira aleatória a operação que utilizaram; outros fizeram a primeira operação de divisão e não prosseguiram resolvendo o problema. Os alunos do 9º ano obtiveram percentuais mais altos de acertos (71,8%), quando comparados às demais turmas. O percentual médio de acertos das quatro turmas foi de 33,1%. As maiores dificuldades

detectadas serão discutidas a seguir, a partir das observações dos recortes em que são apresentadas respostas de alguns dos estudantes.

#### **Recorte 5 – Resposta do aluno A15**

Esse aluno, do sexto ano, utilizou os dois dados informados e fez uma subtração para indicar que foram pagas 4 parcelas, utilizou o símbolo da adição, mas não ordenou corretamente a classe das unidades:

- 2) Carlos comprou uma televisão no valor de R\$ 950,00, dividida em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô, o restante do dinheiro para a quitação do aparelho. Quanto Carlos recebeu?

$$\begin{array}{r} 950,00, \\ + \\ \hline 550,00, \text{ restante } 550,00, \end{array}$$

Recorte 5

#### **Recorte 6 – Resposta do aluno B32**

Esse aluno, do sétimo ano, utilizou apenas os números informados no texto e fez uma adição, mas não observou adequadamente o que a situação problema solicitava:

- 2) Carlos comprou uma televisão no valor de R\$ 950,00, dividida em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô, o restante do dinheiro para a quitação do aparelho. Quanto Carlos recebeu?

$$\begin{array}{r} 950 \\ + 4 \\ \hline 954 \end{array} \quad \text{Ficou } 964$$

Recorte 6

#### **Recorte 7 – Resposta do aluno C26**

Esse aluno, do oitavo ano, conseguiu chegar mais próximo do resultado esperado, tendo calculado o valor de cada parcela e quanto foi pago em 4 parcelas, mas não calculou o que pedia o problema.

- 2) Carlos comprou uma televisão no valor de R\$ 950,00, dividida em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô, o restante do dinheiro para a quitação do aparelho. Quanto Carlos recebeu?

$$\begin{array}{r} 950,00 \\ - 90 \\ \hline 860 \\ - 380 \\ \hline 480 \end{array}$$

Recorte 7

**Recorte 8 – Resposta do aluno D38**

Outro exemplo de resolução está apresentado no recorte da resposta do aluno D38, do 9º ano. Resposta semelhante à desse aluno foi apresentada por 25,1% dos alunos que responderam o problema nas quatro turmas. Esses alunos analisaram a informação inicial do problema, que dizia que Carlos comprou uma televisão por um valor de 950 reais e que dividiu em 10 prestações, e não consideraram as demais informações, não respondendo à pergunta sobre quanto Carlos recebeu do avô para pagar as 6 prestações para quitação da dívida.

- 2) Carlos comprou uma televisão no valor de R\$ 950,00, dividida em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô, o restante do dinheiro para a quitação do aparelho. Quanto Carlos recebeu?

$$R = 95,00 \quad 950 \div 10 = 95$$

Recorte 8

O terceiro problema foi de múltipla escolha, com cinco opções de resposta. Nesse problema 37,7% dos estudantes das quatro turmas marcaram a resposta correta. No entanto, durante a correção coletiva os estudantes não souberam informar como o solucionaram, e foi observado nas fichas de respostas deles que apenas 12,3% fizeram algum cálculo ou anotação referente à solução. Para solucionar este problema os alunos necessitariam reconhecer a propriedade de igualdade como uma relação de equivalência. Esse problema é interessante porque a solução pode ser obtida por meio de diversas formas. Então, os alunos que não apresentaram nenhum esboço de tentativas, optaram por marcar aleatoriamente alguma das alternativas. Mesmo sabendo que com uso do cálculo mental e, muitas vezes, da lógica matemática em algumas situações problemas é uma estratégia válida para encontrar uma

resposta considerada correta, nesta resolução especificamente, como envolve diversos cálculos e respostas para serem descartadas, faz-se necessário o cálculo escrito ou de algumas anotações. Vejamos a seguir dois recortes de como esses alunos conseguiram encontrar a resposta, analisando a igualdade.

### Recorte 9 – Resposta do aluno C5

Esse aluno do 8º ano fez um esquema, bem interessante, informando pela seta que Marcelo teria que ficar com menos, por ter sido ele quem deu (este aluno fez essa observação oral na hora da correção coletiva) e conseguiu encontrar a resposta correta por meio de diversos cálculos. Percebe-se no esboço dele que ele somou alguns valores e foi analisando caso a caso se o que Marcelo deu para Paulo é o mesmo que Marcelo recebeu, encontrando assim o resultado correto esperado. Como se trata de um problema do nível de conhecimento disponível, o estudante tem livre escolha do método a ser utilizado para chegar ao resultado esperado.

- 3) Marcelo tinha 77 figurinhas e Paulo tinha 58. Marcelo deu algumas de suas figurinhas para Paulo. Depois dessa doação, é possível que Marcelo e Paulo fiquem, respectivamente, com as seguintes quantidades de figurinhas:

- a) 82 e 53
- b) 74 e 62
- c) 68 e 68
- ☒ d) 66 e 69
- e) 56 e 89

The student's work includes several calculations and a diagram. At the top, there is a diagram with 'M 77' and 'P 58' connected by a curved arrow pointing from M to P, indicating a transfer. Below this, there are several subtraction and addition problems written by hand:

- $$\begin{array}{r} 77 \\ - 66 \\ \hline 11 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 58 \\ + 11 \\ \hline 69 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 77 \\ - 56 \\ \hline 21 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 58 \\ - 21 \\ \hline 37 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 77 \\ - 68 \\ \hline 09 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 58 \\ + 09 \\ \hline 67 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 135 \\ - 12 \\ \hline 015 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 015 \\ - 12 \\ \hline 003 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 003 \\ - 02 \\ \hline 001 \end{array}$$
- $$\begin{array}{r} 001 \\ + 00 \\ \hline 001 \end{array}$$

There are also some other numbers and marks scattered around, such as '74', '77', '58', and '135'.

Recorte 9

### Recorte 10 – Resposta do aluno D16

Esse outro aluno, do nono ano, também acertou a solução e fez um esquema por tentativas, o que demonstra que ele compreendeu o enunciado do problema e utilizou o cálculo mental para resolvê-lo, indicando perdas e ganhos. A estratégia empregada por ele pode ser considerada adequada, pois ele fez cálculos equivalentes a cada linha das colunas que criou, sendo que na primeira coluna considerou a perda de certa quantidade de unidades, e na segunda coluna o ganho das mesmas quantidades de unidades da perda, até chegar em uma das alternativas apresentadas como solução do problema.

3) Marcelo tinha 77 figurinhas e Paulo tinha 58. Marcelo deu algumas de suas figurinhas para Paulo. Depois dessa doação, é possível que Marcelo e Paulo fiquem, respectivamente, com as seguintes quantidades de figurinhas:

- a) 82 e 53
- b) 74 e 62
- c) 68 e 68
- ☒ d) 66 e 69
- e) 56 e 89

Handwritten calculations showing the process of finding the correct answer (d) 66 e 69. The calculations are as follows:

77	58
- 11	+ 11
66	69

Recorte 10

Esses recortes servem para nos orientar sobre como esses alunos estavam resolvendo os problemas e sobre os processos cognitivos empregados por eles durante a resolução das tarefas. A partir disso, abordaremos sobre as dificuldades daqueles que não empregaram uma estratégia para resolver o problema ou cujas estratégias empregadas não foram efetivas.

Após o momento de resolução dos problemas nesse primeiro encontro, foi solicitado que os alunos fizessem uma análise de como foi o desempenho deles na atividade concluída. Para que eles pudessem perceber quais estratégias utilizaram na realização dos problemas, foi proposto que eles respondessem o questionário metacognitivo.

O questionário é composto por doze afirmações com duas possibilidades de respostas (sim ou não), com uma divisão em quatro categorias de estratégias metacognitivas: compreensão, atenção, autocontrole e organização, correspondendo às estratégias metacognitivas citadas anteriormente: Consciência (nas questões de 1 a 6), Controle (nas questões de 7 a 12) e Autopoiese (na conclusão geral das 12 questões).

No momento da aplicação do questionário, observou-se que os alunos demonstraram dificuldades para responder às questões descritas como afirmações que iniciavam com a palavra “não” (questão 1, 5, 6 e 7).

De acordo com os resultados do questionário, na categoria *compreensão* os alunos do 6º e 7º anos demonstraram dificuldade maior em compreender qual o objetivo dos problemas,

diferentemente dos alunos do 8º e 9º ano. Em relação à categoria *atenção*, invertendo os “sim” e “não” do questionário metacognitivo, os alunos se enxergaram atentos ao enunciado da questão. Na categoria *autocontrole*, na sua grande maioria, os alunos afirmaram não gostar da disciplina matemática (questão 8), e que mesmo sem ficarem nervosos ao responder às questões (questão 7), não tiveram segurança em comprovar as respostas que encontraram na resolução das atividades (questão 9). Na *autoanálise* sobre organização, eles não conseguiram estruturar as atividades antes de realizá-las.

## SEGUNDO ENCONTRO

No segundo encontro com os alunos fizemos a correção dos problemas aritméticos resolvidos no primeiro encontro. Inicialmente, entregamos a cada respondente a respectiva folha contendo os problemas e as respostas deles, e iniciamos as correções coletivas dando continuidade ao roteiro elaborado pelo GTERP. Foi feito o registro das resoluções na lousa (6º etapa), enquanto conversávamos sobre as diferentes estratégias utilizadas por eles e quais seriam consideradas corretas (7º etapa), chegando a um consenso do resultado correto de cada problema (8º etapa).

Nesta correção coletiva procuramos direcionar o pensamento dos estudantes para analisar todo o processo com uma abordagem metacognitiva. Utilizamos cinco das estratégias metacognitivas (4 a 8) descritas por Murad (2005 apud Koutselini, 1991), que conduzem o estudante a autoanalisar suas ações. Ao responder na lousa a tarefa, foram expostas estratégias para tentar superar as dificuldades encontradas por eles no momento da resolução individual; essa exposição refere-se à 4ª estratégia sugerida por Murad. Foram mostradas conexões (5ª estratégia) entre os problemas e situações comuns ao cotidiano deles, estimulando questionamentos para que os alunos percebessem em que partes das resoluções dos problemas sentiram mais dificuldades. Com isso, esperava-se que eles buscassem descobrir em que parte da resolução erraram e caminhos para que não cometessem os mesmos erros (6ª estratégia), relacionando sempre os problemas com situações conhecidas deles (7ª estratégia). Com isso, esperava-se que eles pudessem se sentir capazes de analisar os resultados que obtiveram antes mesmo do professor fazer essa avaliação, tornando-os confiantes para realizar as tarefas solicitadas (8ª estratégia).

Vejam os dados a seguir como foi o desempenho dos alunos ao responder os três problemas aritméticos apresentados nesse encontro. A elaboração dos problemas seguiu o mesmo procedimento empregado para os problemas do primeiro encontro, mas, dessa vez, os problemas apresentavam dois níveis de conhecimentos: o disponível (problemas 1 e 3) e

mobilizável (problema 2). É interessante observar que os níveis mobilizável e disponível não indicam maior ou menor dificuldade de resolução. Enquanto para resolver um problema do nível mobilizável, basta ao aluno interpretar o que está sendo pedido no problema e ir seguindo as orientações, para a resolução de um problema do nível disponível o próprio aluno tem que buscar em seu repertório de conhecimentos matemáticos estratégias para resolvê-lo. Após a conclusão da atividade, os alunos responderam o Questionário Metacognitivo. Na tabela 3 estão apresentados os percentuais de acertos dos alunos das quatro turmas nos três problemas propostos.

**Tabela 3** - Percentual de acertos dos alunos na Resolução de Problemas Aritméticos que foram propostos no 2º encontro.

Nº	Problemas aplicados	Percentuais de acertos			
		6º B 25 alunos	7º B 32 alunos	8º A 29 alunos	9º A 38 alunos
01	Lúcia recebeu 12 pacotes de 8 cadernos cada. Quer dá-los de presente para 3 amigos seus, sendo que todos receberam a mesma quantidade. Quanto recebeu cada um?	28,0	40,6	58,6	92,1
02	Tenho duas caixas de canetas. Na primeira há 9 dúzias. Na segunda 1 centena e meia. Queremos saber: quantas canetas há ao todo na primeira caixa? E na segunda caixa? Quanto há ao todo nas duas caixas?	20,0	18,8	55,2	73,7
03	Sabe-se que 100 celulares foram testados e verificou-se que 40 aparelhos apresentavam problemas na bateria, 28 apresentavam problemas no display e 35 não apresentavam nenhum desses dois tipos de problemas. O número de aparelhos que apresentavam problemas na bateria e no display é: (Ano: 2015 Banca: IDECAN Órgão: PRODEB) A 3. B 5. C 7. D 9.	28,0	21,9	69,0	92,1

A tabela 4 apresenta o percentual das respostas ao questionário metacognitivo aplicado no segundo encontro após a resolução dos três problemas, apesar de continuar a dificuldade de interpretação das afirmações negativas contidas no questionário, observamos as alternativas escolhidas por eles



**Tabela 4** - Percentual de respostas sim (S) e não (N) às questões do Questionário Metacognitivo aplicado no 2º encontro com alunos.

Nº	Questões	6ºB		7ºB		8ºA		9ºA	
		S	N	S	N	S	N	S	N
1	Não tive dificuldade para encontrar o que dizia o problema.	44	56	37,5	62,5	51,7	48,3	39,5	60,5
2	Foi fácil decidir qual era a operação (+, -, X ou /).	36	64	31,3	68,8	55,2	44,8	73,7	26,3
3	Se fosse necessário explicar a um companheiro (a) como resolvi este problema, eu o faria sem dificuldades.	44	56	53,1	46,9	55,2	44,8	78,9	21,1
4	Quando estava fazendo este problema, não tive de lê-lo muitas vezes para entendê-lo.	64	36	37,5	62,5	34,5	65,5	39,5	60,5
5	Não me cansei ao resolver este problema.	32	68	56,3	43,8	72,4	27,6	78,9	21,1
6	Não me interessei somente pelos números.	36	64	46,9	53,1	69	31	78,9	21,1
7	Não fiquei nervoso ao resolver este problema.	36	64	62,5	37,5	72,4	27,6	81,6	18,4
8	Por ser um problema de matemática, tive vontade de fazê-lo	40	60	43,8	56,2	20,7	79,3	18,4	81,6
9	Comprovei o resultado, antes de começar o questionário.	44	56	25	75	27,6	72,4	23,7	76,3
10	Antes de começar a fazer este problema, procurei as ideias mais importantes.	36	64	56,3	43,8	69	31	68,4	31,6
11	Soube escolher os passos para organizar este problema.	40	60	75	25	65,5	34,5	39,5	60,5
12	Fiz um esquema do problema para entender o que estava fazendo.	56	44	68,8	31,3	93,1	6,9	73,7	26,3

Neste segundo momento de aplicação do questionário metacognitivo, conforme a tabela 4, observamos nas questões com afirmações negativas uma inversão nas respostas. Os estudantes ainda sentiram dificuldades em interpretar e isso dificultou nossa avaliação sobre o que eles perceberam sobre seu aprendizado e como eles se percebem enquanto aprendizes. Restando apenas a análise através das observações e rascunhos realizados por eles durante a realização das atividades.

O primeiro problema proposto nesse encontro exige um raciocínio matemático mais complexo, uma vez que cabe ao aluno identificar os conhecimentos necessários para a resolução da situação. Observou-se um percentual de acertos muito baixo, exceto na turma do 9º ano, que conseguiu um percentual de acertos de 92,1%. No entanto, a média geral de acertos das quatro turmas foi de 54,83% num total de 124 alunos. Observou-se que o

crescimento no percentual de acertos foi gradativo do 6º ao 9º ano. Vejamos alguns recortes com as respostas comumente encontradas.

### Recorte 11 – Resposta do aluno C6

Dentre os erros na resolução das atividades, encontramos um que nos chamou a atenção, sobre a descontinuidade da situação problema proposta: 23,38% dos alunos realizaram essa resolução com uma divisão dos 12 pacotes por 3 amigos e não consideraram que cada pacote continha 8 cadernos. Dos que fizeram esse cálculo apenas um aluno do oitavo ano (aluno C6) chegou à conclusão correta, empregando cálculo mental para obter o resultado.

- 1) Lúcia recebeu 12 pacotes de 8 cadernos cada. Quer dálos de presente para 3 amigos seus, sendo que todos receberam a mesma quantidade. Quanto recebeu cada um?

Cada um recebeu 4 pacotes com 32 cadernos no.

$$\begin{array}{r} 12 \quad 13 \\ - 12 \quad 4 \\ \hline 0 \quad 0 \end{array}$$

Recorte 11

### Recorte 12 – Resposta do aluno B9

Esse aluno apenas se interessou pelos números, mas não evidenciou qual operação aritmética utilizaria, demonstrando dificuldade de interpretação do problema, pois a informação disposta afirma que Lúcia dará de presentes para seus três amigos uma quantidade de cadernos, mas na resolução esse aluno fez uma soma, não associando o verbo “dar” com a operação de subtração. Essa associação é comum para a resolução dos problemas aritméticos que se utilizam deste verbo dentre outros com significados semelhantes.

- 1) Lúcia recebeu 12 pacotes de 8 cadernos cada. Quer dálos de presente para 3 amigos seus, sendo que todos receberam a mesma quantidade. Quanto recebeu cada um?

$$\begin{array}{r} 8 \quad 12 \\ + 3 \quad + 11 \\ \hline 11 \quad 23 \end{array}$$

Recorte 12

Para resolver o segundo problema proposto, os alunos precisavam mobilizar as noções de dúzia, centena e mais metade de uma centena (o que representa centena e meia em língua

natural). Na resolução desse problema foi observado um menor percentual de acertos em relação aos dois outros apresentados nesse encontro, com uma grande diversidade de erros. Alguns erros foram devido às quantidades referentes à dúzia e centena, outros porque os alunos não compreenderam a necessidade de adicionar os valores encontrados. Vejamos dois exemplos nos recortes abaixo:

### **Recorte 13** – Resposta do aluno A1

Pode-se observar que este aluno do sétimo ano extraiu os números informados no problema e fez uma adição, desconsiderando as noções de dúzia, centena e metade; embora, ele certamente tenha estudado tais noções algumas vezes desde o segundo ano do Ensino Fundamental, pois podemos observar estar previsto como habilidades deste ano na BNCC: “(EF02MA01) Comparar e ordenar números naturais (até a ordem de centenas) pela compreensão de características do sistema de numeração decimal (valor posicional e função do zero).” (BRASIL, 2018, p. 283).

- 2) Tenho duas caixas de canetas. Na primeira há 9 dúzias. Na segunda 1 centena e meia. Queremos saber: quantas canetas há ao todo na primeira caixa? E na segunda caixa? Quanto há ao todo nas duas caixas?

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 15 \\ \hline 24 \end{array}$$

R: Há ao todo 24 caixas de caneta.

Recorte 13

### **Recorte 14** – Resposta do aluno C27

Este outro aluno do sétimo ano considerou uma dúzia como sendo uma dezena. Além disso, ele não adicionou os dois resultados para encontrar a resposta final solicitada, deixando a resolução incompleta, pois no problema é perguntado quantas canetas “há ao todo”, termo este que os alunos remetem à adição nos diversos problemas matemáticos do cotidiano.

- 2) Tenho duas caixas de canetas. Na primeira há 9 dúzias. Na segunda 1 centena e meia. Queremos saber: quantas canetas há ao todo na primeira caixa? E na segunda caixa? Quanto há ao todo nas duas caixas?

1ª caixa tem 90

2ª caixa tem 150

Recorte 14

Observamos neste terceiro problema correspondente ao nível disponível, que os alunos do 6º e 7º ano não conseguiram fazer um esboço do que seria uma resolução desse problema. Isso pode ser justificado considerando-se que eles não resolvem cotidianamente situações dessa forma. Apenas alguns alunos do 8º e 9º ano responderam corretamente. Ao todo 32,3 % dos alunos fizeram alguns cálculos para este problema. A seguir são apresentados dois exemplos de resolução.

### Recorte 15 – Resposta do aluno C9

Este aluno do 8º ano fez a soma de todos os aparelhos celulares e suas respectivas observações e subtraiu o total de aparelhos indicados na primeira informação, demonstrando uma compreensão do problema e de lógica dos conjuntos:

3) Sabe-se que 100 celulares foram testados e verificou-se que 40 aparelhos apresentavam problemas na bateria, 28 apresentavam problemas no display e 35 não apresentavam nenhum desses dois tipos de problemas. O número de aparelhos que apresentavam problemas na bateria e no display é: (Ano: 2015 Banca: IDECAN Órgão: PRODEB)

X 3. 
$$\begin{array}{r} 40 + 28 \\ 68 \\ 35 \\ \hline 103 \end{array}$$

B 5. 
$$\begin{array}{r} 103 \\ - 100 \\ \hline 3 \end{array}$$

C 7. 
$$\begin{array}{r} 103 \\ - 100 \\ \hline 3 \end{array}$$

D 9.

Recorte 15

### Recorte 16 – Resposta do aluno D13

Este aluno do nono ano pensou de maneira diferente, somou as quantidades dos celulares que apresentavam algum tipo de defeito, depois considerou o total de 100 celulares, depois realizou subtrações, tendo primeiro diminuído os 40 aparelhos com defeito na bateria, restando 60, daí ele subtraiu os 28 que apresentaram problemas no display, restando apenas 32; então ele diminuiu dos 35 que não apresentaram nenhum problema os 32 que restaram, encontrando como resultado 3 celulares que apresentaram os dois problemas citados.

- 3) Sabe-se que 100 celulares foram testados e verificou-se que 40 aparelhos apresentavam problemas na bateria, 28 apresentavam problemas no display e 35 não apresentavam nenhum desses dois tipos de problemas. O número de aparelhos que apresentavam problemas na bateria e no display é: (Ano: 2015 Banca: IDECAN Órgão: PRODEB)

X 3.

B 5.

C 7.

D 9.

Recorte 16

O resultado do Questionário Metacognitivo do segundo encontro foi igual ao primeiro, no que diz respeito ao equívoco que os alunos demonstraram em função da afirmação negativa de algumas questões. Por isso, o resultado apresentado na tabela 4 não condiz, na totalidade, com o que eles estavam vivenciando na resolução dos problemas.

Na categoria *compreensão*, boa parte dos alunos continuaram afirmando não deterem essas competências. Apenas os alunos do 9º ano, na sua maioria, afirmaram compreender o objetivo dos problemas. Na categoria *atenção*, demonstraram a cada atividade estarem mais dispersos, principalmente durante a resolução de situações problemas como essas, do nível disponível, em que não está explícito no texto quais operações aritméticas devem ser utilizadas na resolução.

Na categoria *autocontrole*, eles afirmam com convicção, na sua maioria, que não ficaram apreensivos para resolver os problemas, mas que não gostavam de realizar atividade de matemática e que não conseguiram comprovar o resultado após a resolução dos problemas. Embora tenham realizado as atividades, não tinham certeza se fizeram corretamente.

Na categoria *organização*, somente os alunos do sexto ano estão mais distantes de se considerarem organizados; os alunos das demais turmas afirmaram, em sua maioria, que sabem estruturar e organizar o problema.

### TERCEIRO ENCONTRO

Tivemos ainda um terceiro encontro com os alunos, quando repetimos a sequência de atividades descrita no segundo encontro, mas com outros três problemas aritméticos e um questionário metacognitivo. A partir do que foi observado nos dois primeiros encontros com os alunos, houve uma mudança na aplicação dos questionários e análise desses dados. Por ter sido observado que as confusões de interpretação das afirmações negativas permaneceram, após terem resolvidos os problemas, cada aluno foi ouvido, para que explicasse como havia resolvido cada problema, porque respondeu “sim” ou “não” às questões no questionário metacognitivo e quais foram suas principais dúvidas e convicções, ao realizarem tais tarefas. Na tabela 5 estão expostos os percentuais de acertos e a quantidade de alunos que responderam as questões subdivididos nos anos que eles estudam no momento.

**Tabela 5** – Percentual de acertos nas atividades propostas no 3º encontro com alunos.

Nº	Problemas aplicados	Percentual de acertos			
		6º B 37 alunos	7º B 30 alunos	8º A 32 alunos	9º A 39 alunos
01	Um caminhão transportou 9 engradados contendo 22 frangos cada um. Se fez 9 viagens, quantos frangos transportou ao todo?	73,0	16,7	18,8	74,4
02	(Prova Brasil 2009) A biblioteca de uma escola tem 1 milhar de livros didáticos, 4 centenas de livros de literatura, 2 dezenas de livros de arte e 4 dicionários. Quantos livros há na biblioteca da escola? a) 1242 livros. b) 1244 livros. c) 1404 livros. d) 1424 livros	89,1	86,6	96,9	97,4
03	(Prova Brasil 2009) Bianca e suas amigas saíram para comer uma pizza. Depois de 20 minutos de conversa elas já haviam comido 50 % da pizza. Qual fração abaixo representa o total da pizza que elas já comeram? a) 2/4 b) 5/4 c) 3/8 d) 4/2	81,0	86,7	40,6	82,0

Na resolução do primeiro problema desse terceiro grupo de atividades, classificado como de nível disponível, os alunos do 6º ano e do 9º ano atingiram um bom percentual de acertos, enquanto os alunos do 7º e do 8º ano demonstraram muitas dificuldades de compreensão para responderem corretamente o que pedia o problema. Nas respostas ao

questionário metacognitivo aplicado nos encontros anteriores não se conseguiu compreender quais eram as impressões dos alunos diante das resoluções dos problemas. Isso porque o questionário era composto de questões objetivas, além disso havia a dificuldade dos alunos em compreenderem as questões, devido as afirmações negativas contidas no questionário. Considerando esses fatores, fizemos uma entrevista individual para que cada aluno pudesse expor seus êxitos e suas dificuldades ao resolverem as situações problema. Após a entrevista, categorizamos as respostas dadas pelos estudantes na entrevista. Vejamos na tabela 6 a categorização das respostas dos estudantes ao exporem suas impressões sobre a realização das atividades.

**Tabela 6** – Categorização das respostas dos alunos relativas à resolução do problema 1.

Nº	Categorias	Percentual			
		6º ano B	7º ano B	8º ano A	9º ano A
01	Não teve dificuldades, compreenderam o problema, acertaram a resposta correta e responderam com convicção	35%	16,7 %	18,8%	74,4%
02	Realizaram as duas operações esperadas, acertaram a resposta correta, porém não conseguiram concluir a resolução do problema, por não saberem qual dos dois resultados respondiam ao problema.	27%	-	3,1%	-
03	Realizaram as duas operações esperadas, acertaram a resposta correta, porém não acertaram a conclusão, optando pela resposta que não responde ao problema.	11%	-	-	-
04	Erraram a resposta, por terem resolvido apenas uma das operações, informando que o segundo 9, era apenas uma repetição da informação.	13%	46,7%	71,9%	17,9%
05	Erraram a resposta, devido enganos de cálculo aritméticos, mesmo demonstrando compreender quais operações seriam necessárias.	3%	13,3%	3,1%	5,1%
06	Erraram a resposta, por não compreenderem o enunciado do problema, cálculos incorretos.	11%	23,3%	3,1%	2,6%

Observamos que os alunos do 6º ano conseguiram resolver as operações necessárias, porém demonstraram dificuldades em interpretar as respostas encontradas no cálculo aritmético e para responder ao questionamento do problema. O problema era composto de dois dados com o mesmo valor numérico (9 engradados e 9 viagens realizadas pelo caminhão), o que causou confusão na interpretação. Entre os alunos (35,5% ) que apenas multiplicaram o total de frangos por apenas 9, uns responderam que esse Algarismo representava os engradados e outros seriam referentes às viagens, mas não compreenderam

que seria necessário multiplicar duas vezes esse valor; a turma do 8º ano foi a que apresentou o maior índice desse erro específico.

Vejamos alguns recortes referentes a esses casos citados anteriormente:

### Recorte 17 – Resposta do aluno A16

Observa-se que este aluno do 6º ano conseguiu realizar as duas operações que eram esperadas para chegar à solução correta, porém ao responder ao questionamento do problema ele não soube interpretar os resultados encontrados.

- 1) Um caminhão transportou 9 engradados contendo 22 frangos cada um. Se fez 9 viagens, quantos frangos transportou ao todo?

*Se tudo 198 frangos.*

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 22 \\ \hline 198 \\ 198 \\ \hline 198 \end{array}$$

Recorte 17

### Recorte 18 – Resposta do aluno B19

Este aluno do 7º ano multiplicou apenas uma vez o número 9, não conseguindo compreender que seria necessário multiplicar as duas informações fornecidas (os dois números 9).

- 1) Um caminhão transportou 9 engradados contendo 22 frangos cada um. Se fez 9 viagens, quantos frangos transportou ao todo?

*Ele transporta 98 frangos*

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 9 \\ \hline 81 \end{array}$$

Recorte 18

### Recorte 19 – Resposta do aluno C12

Este aluno do 8º ano considerou na resolução apenas a quantidade de engradados e os frangos contidos neles, não conseguiu compreender que necessitaria multiplicar as 9 viagens que o caminhão realizou, deixando bem claro na sua expressão escrita que não considerou as viagens que o caminhão realizou.

- 1) Um caminhão transportou 9 engradados contendo 22 frangos cada um. Se fez 9 viagens, quantos frangos transportou ao todo?

*9 engradados contendo 22 frangos cada um*

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 9 \\ \hline 81 \end{array}$$

*Ele transporta 198 frangos*

Recorte 19



### Recorte 20 – Resposta do aluno D34

Este aluno do 9º ano entendeu que seriam necessárias duas operações, porém não compreendeu quais seriam, na primeira ele efetuou a multiplicação corretamente, mas na segunda em vez de multiplicar mais uma vez, ele subtraiu:

- 1) Um caminhão transportou 9 engradados contendo 22 frangos cada um. Se fez 9 viagens, quantos frangos transportou ao todo?

Handwritten work showing calculations:  $22 \times 9 = 198$  and  $198 - 9 = 189$ . The student concludes: "transportou 189 frangos".

Recorte 20

Diante destes quatro recortes, podemos observar o quanto os alunos tiveram dificuldades em interpretar os dados e as informações fornecidas no problema, e para decidirem qual operação ou quais operações seriam necessárias para responder aos questionamentos contidos nos problemas.

No segundo problema, referente ao nível mobilizável, observou-se um alto percentual de acertos, visto que 92,7% dos alunos acertaram. Vejamos na tabela 07 a categorização das respostas dos alunos na entrevista, relativas à resolução do problema 2.

**Tabela 7** – Categorização das respostas dos alunos relativas à resolução do problema 2.

Nº	Categorias	Percentual			
		6º ano B	7º ano B	8º ano A	9º ano A
01	Não tiveram dificuldades, compreenderam o problema, acertaram a resposta correta e responderam com convicção	32,4%	70%	84,4%	69,2%
02	Compreenderam, acertaram a resposta correta e calcularam utilizando os conceitos de Quadro Valor de Lugar (ordens e classes de números naturais).	24,3%	-	-	2,6%
03	Compreenderam o enunciado do problema, acertaram a resposta e calcularam mentalmente.	-	-	12,5%	23%
04	Apresentaram uma solução, porém não souberam explicar como resolveram o problema (responderam aleatoriamente).	32,4%	16,7%	-	2,6%
05	Erraram a resposta, devido enganos no cálculo aritmético, mesmo demonstrando compreender quais operações seriam necessárias.	-	-	3,1%	-
06	Erraram a resposta, por não compreenderem o enunciado do problema realizaram cálculos incorretos.	10,9%	13,3%	-	2,6%

Um fato interessante observado foi o método de resolução utilizado pelos alunos do 6º ano, pois 24,3% desses alunos utilizaram um método que não era o esperado. Eles resolveram o problema empregando o quadro valor de lugar, observando a ordem e classes dos números naturais. Como esses alunos haviam concluído os anos iniciais do EF há pouco tempo, e, em geral, os professores dessa etapa anterior de ensino utilizam como estratégia de ensino desse conteúdo o Material Dourado e atividades práticas de como montar o Quadro Valor de Lugar (QVL), as resoluções podem ter sido pautadas nesse método. Vejamos o que Jesus et al. definem sobre o conceito desse recurso:

O Quadro Valor de Lugar (QVL), é um instrumento de ensino e de aprendizagem de matemática, e quando utilizado pelos professores, auxilia na introdução dos conceitos de unidade, dezenas e centenas, facilitando a compreensão dos processos de contagem, formação dos números e operações matemáticas. Sua utilização nas aulas de matemática se deve à alguns fatores, dentre eles o baixo custo; facilidade em sua criação e montagem; fácil utilização e manuseio e contribuição para um bom desenvolvimento das operações aritméticas. Para sua construção utiliza-se geralmente 1(uma) unidade de papel cenário, efetuando-se no próprio, dobras (separações verticais) com o intuito de obter espaços que comportarão objetos, como palitos de picolé, canudos, dentre outros. (Jesus et al, 2015)

Tem-se, então, que a maioria dos alunos compreendeu o problema e soube expressar como o resolveu, com mobilização dos conhecimentos de ordens e classes dos números naturais, formando o numeral solicitado a partir da soma dos valores, quer seja utilizando o algoritmo da adição ou apenas calculando mentalmente os valores. Entre os demais, alguns, compreenderam que tinham limitações de conhecimento matemático, como os que apresentaram respostas categorizadas como 4 e 5 na tabela 7. A compreensão da limitação também é conhecimento metacognitivo (JUSTO, 2012).

Vejamos a seguir alguns recortes de respostas dos alunos referentes ao segundo problema resolvido nesse terceiro encontro:

#### **Recorte 21 – Resposta do aluno A10**

Este recorte representa a resolução apresentada por um aluno do 6º ano. Ele foi descrevendo passo a passo como calculou e analisou o problema. Muitos alunos dessa turma se utilizaram desse método para chegar à resolução do problema.

- 2) (Prova Brasil 2009) A biblioteca de uma escola tem 1 milhar de livros didáticos, 4 centenas de livros de literatura, 2 dezenas de livros de arte e 4 dicionários. Quantos livros há na biblioteca da escola?

a) 1242 livros.

b) 1244 livros.

c) 1404 livros.

d) 1424 livros.

$$\begin{array}{r}
 1000 \\
 400 \\
 20 \\
 4 \\
 + 4 \\
 \hline
 1424
 \end{array}$$

Recorte 21

### Recorte 22 – Resposta do aluno B34

A maioria dos alunos que esboçaram uma resposta da situação problema proposta neste segundo problema, fizeram da forma contida nesse recorte, descrevendo passo a passo quanto seria 1 milhar, 4 centenas, 2 dezenas e 4 unidades:

- 2) (Prova Brasil 2009) A biblioteca de uma escola tem 1 milhar de livros didáticos, 4 centenas de livros de literatura, 2 dezenas de livros de arte e 4 dicionários. Quantos livros há na biblioteca da escola?

a) 1242 livros.

b) 1244 livros.

c) 1404 livros.

d) 1424 livros.

$$\begin{array}{r}
 1000 \\
 + 400 \\
 + 20 \\
 + 4 \\
 \hline
 1424
 \end{array}$$

Na biblioteca da escola  
1424 livros

Recorte 22

### Recorte 23 – Resposta do aluno C22

Este foi um recorte de um aluno do 8º ano, que descreveu de outra maneira como analisou e solucionou o problema.

- 2) (Prova Brasil 2009) A biblioteca de uma escola tem 1 milhar de livros didáticos, 4 centenas de livros de literatura, 2 dezenas de livros de arte e 4 dicionários. Quantos livros há na biblioteca da escola?

a) 1242 livros.

b) 1244 livros.

c) 1404 livros.

~~d) 1424 livros.~~

1 milhar  
4 Centenas  
2 dezenas  
4 dicionários

Recorte 23

#### Recorte 24 – Resposta do aluno D30

Este aluno descreveu como alguns alunos do 6º ano resolveram, mas não souberam expressar de forma escrita, apenas verbalizada. Na fala desses alunos do 6º ano observou-se que eles seguiram a ordem dos algarismos e fizeram a decomposição do numeral, utilizando-se do quadro valor de lugar como referência para tal conclusão:

- 2) (Prova Brasil 2009) A biblioteca de uma escola tem 1 milhar de livros didáticos, 4 centenas de livros de literatura, 2 dezenas de livros de arte e 4 dicionários. Quantos livros há na biblioteca da escola?

a) 1242 livros.

b) 1244 livros.

c) 1404 livros.

~~d) 1424 livros.~~

M	C	D	U
1	4	2	4

Recorte 24

Vimos então que os alunos compreenderam o enunciado dos problemas e que a maioria soube expressar qual seria a solução. Os alunos mobilizaram os conhecimentos de ordens e classes dos números naturais e formaram o numeral solicitado a partir da soma dos valores, quer seja utilizando o algoritmo da adição ou apenas calculando mentalmente os valores.

O terceiro problema, referente ao nível mobilizável, teve um índice de acertos de 73,2%, com um percentual menor para o 8º ano de 40,6%. Na tabela 8 estão descritos os percentuais das respostas categorizadas a partir de cada resposta comentada pelos alunos relativa ao desenvolvimento da atividade.

**Tabela 8** – Categorização das respostas dos alunos relativas à resolução do problema 3.

Nº	Categorias	Percentual			
		6º ano B	7º ano B	8º ano A	9º ano A
01	Acertaram a resposta, compreendem a relação entre porcentagem e fração.	37,8%	70%	25%	51,3%
02	Acertaram a resposta, porém não compreendem a relação entre porcentagem e fração.	43,2%	16,7%	15,6%	30,8%
03	Erraram a resposta, não compreendendo a relação entre porcentagem e fração.	19%	13,3%	34,4%	17,9%
04	Marcaram a opção incorreta, porém na entrevista, demonstraram entender que 50% (porcentagem) corresponde a 2/4 (fração) e que ambos valores representam metade de um inteiro.	-	-	25,0%	

Podemos observar pelos dados expostos na tabela acima que muitos alunos acertaram a resposta do problema por ser de múltipla escolha, porém uma boa parte desses estudantes não souberam explicar a resolução ou não compreendiam qual era a relação entre a porcentagem (50%) e a opção que eles marcaram como correta (2/4). Um exemplo disso podemos comprovar com os resultados da turma do 6º ano, pois dos 81% dos alunos que acertaram a resolução apenas 37,8% deles afirmaram compreender que responderam conscientes do que estavam fazendo, o restante informou que marcaram aleatoriamente ou por ter visto alguém marcar. Outro fator que chamou a atenção foi os alunos utilizarem dos números contidos no texto e realizar alguma operação aritmética. Vejamos nos recortes a seguir algumas dessas situações encontradas entre os poucos esboços de resoluções apresentados por eles.

#### **Recorte 25** – Resposta do aluno A05

Este esboço foi de um aluno do 6º ano. Observa-se que ele marcou a resposta correta, sem qualquer entendimento do que seria, pois, o cálculo que este aluno realizou não condiz com o que propõe o problema. Ele apenas utilizou os números informados e realizou uma adição e o resultado encontrado nada tem em comparação com qualquer alternativa fornecida pelo problema.

- 3) (Prova Brasil 2009) Bianca e suas amigas saíram para comer uma pizza. Depois de 20 minutos de conversa elas já haviam comido 50 % da pizza. Qual fração abaixo representa o total da pizza que elas já comeram?

- ☒ a)  $\frac{2}{4}$   
☐ b)  $\frac{5}{4}$   
☐ c)  $\frac{3}{8}$   
☐ d)  $\frac{4}{2}$

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 50 \\ \hline 70 \end{array}$$

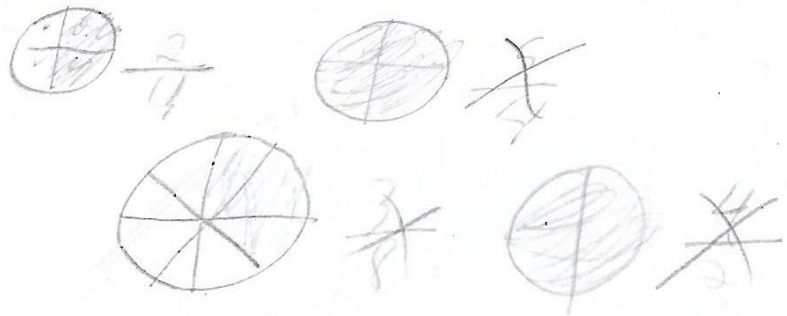
Recorte 25

### Recorte 26 – Resposta do aluno B01

Este recorte foi de um aluno do 7º ano, podemos observar que ele conseguiu compreender que o objetivo era encontrar a fração que representava a metade (50%) da pizza e desenhou todas as frações em forma de pizza para encontrar qual representava o que ele procurava, ele acertou a resposta e utilizou uma metodologia de resolução esperada. Na vivência da sala de aula em turmas do ensino fundamental – anos finais, é comum encontrarmos alunos com dificuldades de compreensão de números fracionários, por isso a necessidade deste aluno comprovar a representação em forma de desenho para descobrir qual fração representava a metade da pizza.

- 3) (Prova Brasil 2009) Bianca e suas amigas saíram para comer uma pizza. Depois de 20 minutos de conversa elas já haviam comido 50 % da pizza. Qual fração abaixo representa o total da pizza que elas já comeram?

- ☒ a)  $\frac{2}{4}$   
☐ b)  $\frac{5}{4}$   
☐ c)  $\frac{3}{8}$   
☐ d)  $\frac{4}{2}$



Recorte 26

### Recorte 27 – Resposta do aluno D23

Este recorte é de um aluno do 9º ano. Observamos que esse aluno marcou a opção correta, porém realizou um cálculo aritmético e ajustou o resultado para ser parecido com a alternativa que ele achava ser a correta. Além disso, na entrevista ele não soube explicar porque escolheu a opção nem porque realizou esta divisão. Quando perguntado qual parte da

pizza representa os 50%, ele respondeu que dependeria do tamanho da pizza, demonstrando incompreensão da ideia de quantidade que a porcentagem e as frações apresentam.

- 3) (Prova Brasil 2009) Bianca e suas amigas saíram para comer uma pizza. Depois de 20 minutos de conversa elas já haviam comido 50 % da pizza. Qual fração abaixo representa o total da pizza que elas já comeram?

- a)  $\frac{2}{4}$   
 b)  $\frac{5}{4}$   
 c)  $\frac{3}{8}$   
 d)  $\frac{4}{2}$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 20} \\ -40 \quad 2,4 \\ \hline 100 \\ -80 \\ \hline (20) \end{array}$$

Recorte 27

A partir destes recortes tivemos uma noção de como as respostas dos alunos de todas as turmas aos problemas se assemelham em erros comuns, o que demonstra uma grande dificuldade desses alunos em interpretar o que os problemas estão solicitando enquanto objetivo da resolução. Pudemos comprovar também que não está relacionado muitas vezes com o ano que o aluno está estudando, mas com as experiências de resolução de problemas no decorrer dos anos.

Considerando as respostas dos alunos, observamos que, de fato, a interpretação de um texto se assemelha a resolver um problema, o que envolve estratégias metacognitivas, conforme Flavell (1976). Por exemplo, conforme representado pelas categorias 4 e 6 da tabela 6, categoria 6 da tabela 7 e categoria 3 da tabela 8, alguns alunos demonstraram que não responderam corretamente aos problemas do terceiro encontro devido terem interpretado incorretamente os respectivos enunciados desses problemas.

Vale informar que observamos que no segundo e terceiro encontro, ao iniciarmos resolvendo os problemas apresentados na aula anterior, os alunos participaram ativamente, informando como resolveram e quais respostas encontraram, mesmo antes de estarem de posse de suas fichas, demonstrando interesse e atenção pelo que realizaram na aula anterior.

Por meio dos questionários metacognitivos e principalmente quando levamos em consideração a entrevista direcionada para as ações metacognitivas, observamos que esse direcionamento desperta no aluno um entendimento maior dos seus processos de resolução de problemas e também como pode buscar outras estratégias de resoluções a partir de vivências

de situações problemas propostos, podemos comprovar isso por exemplo nos recortes 11, 15, 16, 21, 22, 23, 24 e 26 em que os alunos expressaram de forma escrita, correta e detalhada como resolveram as situações problemas, demonstrando conhecimento metacognitivo a partir das habilidades metacognitivas direcionadas pelo pesquisador no momento da realização da atividade de resolução dos problemas, conforme citado no trabalho de Máximo e Abib (2013).

As técnicas argumentativas com propósito de motivar os alunos a refletir sobre os processos empregados por eles durante a resolução dos problemas apontam possíveis estratégias metacognitivas conforme cita Lima, Silva e Noronha (2018), podemos observar na categoria 4 da tabela 8, em que 25% dos alunos do oitavo ano erraram a solução do problema, mas ao serem questionados, responderam qual seria a solução correta do problema, demonstrando que a entrevista direcionada a fazê-los pensar sobre como realizaram as atividades os fizeram analisar e comprovar que erraram e ainda conseguiram expressar a resolução correta.



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo propusemos promover entre estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental a autoanálise dos próprios processos de aprendizagem (metacognição) sendo a nossa finalidade analisar o envolvimento desses estudantes em atividades de resolução de problemas com operações aritméticas básicas utilizando processos metacognitivos e investigar também como os alunos analisam seus erros e como tentam aprender a partir deles.

Consideramos que as atividades realizadas com os alunos nos permitiram responder afirmativamente à questão central, que foi “Atividades com resolução de problemas matemáticos favorecem aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental vivenciar a metacognição?”. De fato, as atividades envolvendo a resolução dos problemas matemáticos, as respostas ao questionário e a verbalização das estratégias de resolução favoreceram aos alunos vivenciar a metacognição. Isso porque essas atividades serviram para fazê-los refletir sobre as suas formas de interagir com as situações problemas propostos, mesmo quando as estratégias e conhecimentos utilizados para as resoluções não tenham correspondido aos conhecimentos esperados, o que representa estratégia metacognitiva, conforme definido por Portilho (2011).

As respostas dos alunos ao questionário metacognitivo, ao final de cada encontro, proporcionaram aos próprios a reflexão sobre os procedimentos e estratégias que empregaram para a resolução dos problemas aritméticos propostos. Isso foi possível comprovar na entrevista individual com os alunos, ocorrida no último encontro.

A entrevista possibilitou que eles pudessem expor quais foram suas impressões sobre as atividades de resolução de problemas e para que pudéssemos entender qual é o entendimento deles diante das atividades, seus erros e seus acertos. Diante dos erros, muitos deles afirmaram que acreditavam que as respostas encontradas por eles estavam corretas, e apresentaram justificativas do porquê disso. Alguns dos que acertaram não souberam explicar como resolveram os problemas. Houve também aqueles que responderam corretamente e souberam explicar a estratégia de resolução. Essa forma de entrevista poderia ser uma prática para um trabalho mais específico com alunos que apresentam dificuldades para aprender conteúdos matemáticos, pois auxiliaria nos processos metacognitivos deles. Sabemos que no cotidiano escolar, às vezes, nos falta esse tempo. Porém, percebe-se, pelos encontros realizados e as experiências vivenciadas, que se houvesse uma prática semanal de atividades que aguçasse os estudantes a se perceberem enquanto aprendizes, conseguiríamos um avanço no seu desenvolvimento, devido as expressões deles no momento em que argumentaram sobre seus processos individuais de resolução.

Na análise das resoluções dos problemas propostos, foram observadas estratégias diferenciadas de resolução, possivelmente, porque os estudantes resolveram problemas aritméticos que não estavam relacionados a conteúdos matemáticos específicos, estando livres para escolher qualquer uma estratégia. No geral, eles escolheram as estratégias mais utilizadas em seu cotidiano de resolução de problemas, o que demonstra a falta, muitas vezes, de prática desse tipo de atividade, pois muitos deles não apresentavam facilidade de encontrar uma estratégia correta de resolução.

Como foi concluído neste estudo que a Resolução de Problemas favorece os processos metacognitivos, entende-se que a vivência frequente de atividades como as relatadas aqui ao longo do Ensino Fundamental possibilitará aos estudantes bases e subsídios para a resolução de problemas diversos em matemática e no cotidiano. Por isso, na oportunidade cedida pela escola para essa experiência, foi orientado aos professores que façam uso semanal de atividades relacionadas a resolução de problemas, com uso contínuo de atividades com operações aritméticas. Isso contribuirá para que os estudantes tenham cada vez mais afinidades com vivências que tanto os afligem e os afastam da disciplina de matemática. Mas é importante que os professores não esqueçam de proporcionar a eles uma autoanálise dos seus próprios processos de resolução, para que as suas ações sejam conscientes e seguras.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARAÚJO, L F. Rompendo o contrato didático: a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos' 302 F. Doutorado em Educação Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pernambuco, Recife Biblioteca Depositária: Central da UFPE
- BONI, K. T.; LABURÚ, C. E. Conceitualização e metacognição em Ciências e matemática: pressupostos teóricos de um instrumento analítico. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 14, n. 29, p. 177-192, 2018.
- BRABO, J. C. Metacognição, ensino-aprendizagem e formação de professores de ciências. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 14, n. 29, p. 01-09, 2018.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. 3ª versão. Brasília: Ministério da Educação. 2018.
- CAMPOS, V. G. S. Matemática e cotidiano: processos metacognitivos construídos por estudantes da EJA para resolver problemas matemáticos. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da–, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão 2017.156 f.; il.
- CASÁVOLA, H. M. O papel construtivo dos erros na aquisição dos conhecimentos. Em J. A. Castorina, *Psicologia Genética: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas. (1988). p. 32-44
- CHAHON, M. Metacognição e Resolução de Problemas Aritméticos Verbais: Teoria e Implicações Pedagógicas. *Revista do Departamento de Psicologia - UFF*, v. 18 - n. 2, p. 163-176, jul./dez. 2006.
- CRUZ, M. N. Desenvolvimento das capacidades metacognitivas e resolução de problemas Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. *Ga2. Fís.*, Vol. 11, Fase. 2, 1988, p. 51-55.
- DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de matemática: 1ª a 5ª series. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.
- DANTE, L. R. *Contexto & aplicações*, Volume Único. Manual do Professor, ed. São Paulo: Ática, 2006.
- DIAS, M. A.; MATEUS, P. Níveis de conhecimento esperados dos estudantes como auxílio para o ensino e aprendizagem das noções de primitiva de uma função e integral de Riemann. *EM TEIA - Revista De Educação Matemática E Tecnológica Iberoamericana*, v. 8, p. 1-24, 2017.
- FLAVELL, J. H. Metacognitive aspects of problem solving. In: RESNICK, L. B. (Org). *The nature of intelligence*. New York: Hillsdale Erlbaum, p. 231-235, 1976.

FONSECA, A. J. S. O ensino da análise combinatória: um estudo dos registros de representações semióticas por meio de sequência didática. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015.

FONSECA, A. J. S.; SOUZA, D. N.; DIAS, M. A. O ensino da análise combinatória: um estudo dos registros de representações semióticas por meio de sequência didática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 8, p. 115-141, 2015.

GOMES, D. A.; BARBOSA, A. C. C.; CONCORDIDO, C. F. R. Ensino de Matemática através da resolução de problemas: análise da disciplina RPM implantada pela SEEDUC-RJ. *Educação, Matemática, Pesquisa*, São Paulo, v.19, n.1, p. 105-120, 2017.

GOUVEIA, J. A. A noção de função: uma abordagem centrada em situações de aprendizagem. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo. São Paulo, 2014.

IBGE - <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/se/areia-branca/panorama>. Acessado em 19/08/2019

JESUS, T. B.; ALTOE, R. O.; CARARI, M. L. O uso do material dourado e do quadro valor de lugar (QVL) no ensino de matemática: um estudo com professores das séries iniciais. In: X Encontro Capixaba de Educação Matemática, 2015, Vitória. X Encontro Capixaba de Educação Matemática, 2015. v. 8. p. 1.

JUSTO, J. C. R. (2012). Resolução de problemas matemáticos no ensino fundamental. *Educação Matemática em Revista – RS*. Ano 13 – 2012 – número 13 – v.01 pp 37 a 45.

LAFORTUNE, L.; SAINT-PIERRE, L. A afetividade e a Metacognição na sala de aula. Instituto Piaget, Coleção Horizontes Pedagógicos. Lisboa, Portugal. 1996.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. Fundamentos de metodologia científica. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LANDA, V.; MORALES, P. (2004). Aprendizaje basado en problemas. Recuperado de [http://campus.usal.es/~ofeees/NUEVAS\\_METODOLOGIAS/ABP/13.pdf](http://campus.usal.es/~ofeees/NUEVAS_METODOLOGIAS/ABP/13.pdf)

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. I. R. Ensino e Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas Como Prática Sociointeracionista. *Bolema* [online]. 2015, vol.29, n.53, pp.955-978. ISSN 0103-636X. <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a09>

LIMA, P. J. S.; SILVA, M. G. L.; NORONHA, C. A. Estratégias metacognitivas na resolução de problemas verbais de matemática no ensino fundamental. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 14, n. 29, p. 125-142, 2018.

LOCATELLI, Solange Wagner; ALVES, Natália Cristina Barbosa. Aproximações entre o monitoramento metacognitivo e a elaboração de portfólio em uma disciplina de Química Geral. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 14, n. 29, p. 79-92, 2018.

LUCAS, A.E. P. S.; PEREIRA, M. M. A reflexão dos estudantes sobre a tarefa de elaborar questões de Física: um olhar ao longo do tempo. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, v. 14, n. 29, p. 110-124, 2018.

LUCENA, A. M. A Metacognição No Livro Didático De Matemática: Um Olhar Sobre Os Números Racionais' 04/03/2013 145 f. Mestrado em Ensino das Ciências Instituição de Ensino: Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife

MAXIMO, M.; ABIB, M. L. V. S. Habilidades metacognitivas em atividades de resolução de problemas. *Cefet/Rj e Usp* IX Congresso Internacional sobre Investigación en Didáctica de Las Ciencias Girona, 9-12 de septiembre de 2013

MEGID, M. A. B. A; FIORENTINI, D. Formação docente a partir de narrativas de aprendizagem. *Interacções*, Coimbra, v. 7, p. 178-203, 2011. <http://hdl.handle.net/10400.15/521>

MELO, L. R. L. A metacognição na abordagem algébrica do material didático do gestar II. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências da UFP Recife, 2014.

MINAYO, M. C. S. (Org.). Pesquisa social: Teoria, método e criatividade. Petrópolis: Vozes, 2001. 80 p.

MURAD, R. R. Auto Avaliação e Avaliação do Parceiro: Estratégias para o desenvolvimento da metacognição e o aperfeiçoamento do processo de Ensino-aprendizagem. PUC/SP. São Paulo. 2005.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. 1. reimpressão. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212- 231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011

ONUCHIC, L. R. A Resolução de Problemas na educação matemática: Onde estamos e para onde iremos? IV Jornada Nacional de Educação Matemática e XVII Jornada Regional de Educação Matemática. Universidade de Passo Fundo. 2012

POLYA, G. – A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático/ G. Polya; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. – 2. Reimpr. – Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196 p.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no Ensino Básico. 2009. Disponível em: < [https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura\\_Algebra%29%20Set%202009.pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/7105/1/Ponte-Branco-Matos%20%28Brochura_Algebra%29%20Set%202009.pdf) > acessado em 23/11/2019

PORTILHO, E. M. L. Como se aprende? Estratégias, estilo e metacognição. 2. ed. Rio de Janeiro: Wak Ed, 2011.

PUPIN, R. C. Habilidades metacognitivas em Matemática: desenvolvimento por meio de problemas aritméticos verbais com história no ambiente lúdico de aprendizagem de Realidade

Suplementar' 01/12/2009 129 f. Mestrado em Psicologia Instituição de Ensino: Universidade de São Paulo/ Ribeirão Preto, Ribeirão Preto Biblioteca Depositária: Ribeirão Preto

RIBEIRO, C. (2003). Metacognição: Um Apoio ao Processo de Aprendizagem. Psicologia: Reflexão e Crítica, 2003, 16(1), pp. 109-116

ROBERT, A. Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 18, n. 2, p. 139-190, 1998.

ROCHA, C. J. T.; MALHEIRO, J. M. S. Interações dialógicas na experimentação investigativa em um clube de ciências: proposição de instrumento de análise metacognitivo. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 14, n. 29, p.193-207, 2018.

ROSA, C. T. W. A metacognição e as atividades experimentais no ensino de Física [tese] /; orientador, José de Pinho Alves Filho. - Florianópolis, SC, 2011. 324 p.: il., graf.

ROSA, C. T. W. Metacognição no ensino de Física: da concepção à aplicação. Editora UPF: Passo Fundo, 2014.

SANTOS, C. M.; SILVA, K.R.X da. Ensino e aprendizagem na resolução de problemas: aprender a aprender. Revista UNIABEU Belford Roxo. v.8, número 20 set-dez de 2015, p. 380-397.

SEDRES, A. R. Escrita matemática: uma possibilidade para o ensino diferenciado de Álgebra' 31/07/2013 107 f. Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática Instituição de Ensino: Universidade Federal de Pelotas, Pelotas Biblioteca Depositária: Biblioteca Setorial do Campus das Ciências Sociais

SERGIPE, Secretaria de Estado da Educação. Currículo de Sergipe: Integrar e Construir. Rede Estadual de Ensino de Sergipe, Undime, Consed. Aracaju, 2018.

SOUZA, G. R. C.; PAZ, P.; BISERRA, A. J. Concepção de professores sobre o ensino dos números racionais. 2012. (Apresentação de Trabalho/Comunicação), 3º SIPEMAT

SPERAFICO, Y. L. S. Competências Cognitivas e Metacognitivas na Resolução De Problemas e na Compreensão do Erro: um estudo envolvendo equações algébricas do 1º grau com alunos do 8º Ano' 153 f. Mestrado em Educação Instituição de Ensino: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre

SPINILLO, A. G., Pacheco, A. B. de, Gomes, J. F. & Cavalcanti, L. (2014). O erro no processo de ensino aprendizagem da matemática: errar é preciso? Boletim GEPEM (Online), n.64, Jan/jun. 2014

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática crítica: A questão da democracia. Campinas, SP: Papirus, 2001. 160 p.

TRINDADE, D. A. Entendimento (s) sobre o uso da resolução de problemas matemáticos (O caso de professores de Matemática do 6º ao 9º da rede municipal de Aracaju-SE. 120f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2012. <http://ri.ufs.br/jspui/handle/riufs/5213>

YIN, R. K. Estudo de caso: planejamento e métodos / Robert K. Yin; trad. Daniel Grassi - 2.ed. -Porto Alegre: Bookman, 2001.

## APÊNDICES

### Apêndice A: Termo de Anuência DECLARAÇÃO DE ANUÊNCIA

Ao Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Federal de Sergipe – (CEP-UFS).

Eu, Hildete Costa Lima, Diretora da Escola Municipal José Romão do Nascimento do Município de Areia Branca/SE, venho por meio desta informar a V. Sa. que autorizo o pesquisador Andreia Freire dos Santos, aluna de Mestrado do Programa de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe – UFS, a desenvolver a pesquisa intitulada “**PROCESSOS METACOGNITIVOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA APROXIMAÇÃO ENTRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM**”, sob orientação da Professora Doutora Prof.<sup>a</sup> Dra. Divanízia do Nascimento Souza.

Declaro conhecer a Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, em suas diretrizes e normas para pesquisa com seres humanos indica que “toda pesquisa com seres humanos envolve risco em tipos e gradações variados”. No entanto, gostaríamos de ressaltar que os riscos durante a coleta das informações nesta pesquisa, por meio do preenchimento do questionário, são mínimos, podendo se caracterizar por alguns aspectos desconfortáveis aos professores devido ao fato de estarem sendo observados e avaliados.

A participação neste estudo consistirá na participação das oficinas e no preenchimento de questionários e entrevistas respondendo às perguntas formuladas. A minha colaboração será de muita importância para a pesquisa, e estou ciente que tenho o direito de desistir de participar da pesquisa a qualquer momento, sem causar nenhuma penalidade e nenhum prejuízo.

A pesquisa não envolve experimentos, e serão obedecidos todos os preceitos éticos estabelecidos na Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde. O projeto foi registrado na Plataforma Brasil e aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe. Se houver alguma dúvida em relação ao estudo, você poderá entrar em contato comigo pessoalmente, por e-mail: [andreiafreire.fisica@gmail.com](mailto:andreiafreire.fisica@gmail.com) ou por telefone (079) 99835-1116, como também, com a minha orientadora pelo e-mail: [divanizi@ufs.br](mailto:divanizi@ufs.br). Desde já agradeço a sua colaboração.

Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como instituição na qual será desenvolvida a coleta de dados do presente projeto de pesquisa, e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infraestrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

---

Local

---

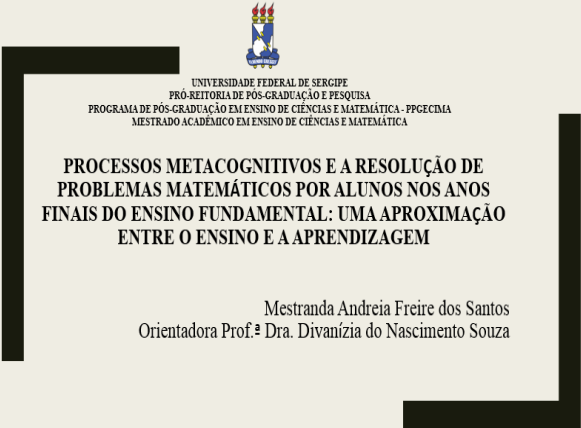
data

---

Hildete Costa Lima  
Diretora da Unidade de Ensino



## Apêndice B: Apresentação de Slides do Projeto aos professores



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE  
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - PPGECIMA  
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

**PROCESSOS METACOGNITIVOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS POR ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA APROXIMAÇÃO ENTRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM**

Mestranda Andreia Freire dos Santos  
Orientadora Prof.ª Dra. Divanizia do Nascimento Souza

Página 01

### Apresentação:

A proposta desta pesquisa é investigar sobre processos de autoanálise de alunos da educação básica sobre suas estratégias de aprendizagem.

- A proposta está associada a **Metacognição**, fundamentada em Flavell e Portilho;
- Metodologias de **Resolução de Problemas** propostas por Polya e Onuchic;
- A metodologia de investigação se enquadra numa abordagem do tipo qualitativa;
- Utilizaremos um questionário metacognitivo (Portilho) para os alunos, o questionário será aplicado após atividades de Resolução de Problemas aritméticos classificados de acordo com os **níveis de conhecimento** propostos por Robert: **Técnico, Mobilizável e Disponível**.

Página 02

### A BNCC apresenta o que se espera da disciplina de matemática no Ensino Fundamental:

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2017, p. 264)

Página 03

### Um dos objetivos do ensino fundamental, que encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino de matemática, é:

"Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1997, p.6)."

Página 04

### Metacognição (Para Flavell):

"A metacognição está relacionada ao conhecimento que se tem dos próprios processos cognitivos, de seus produtos e de tudo que eles tocam, por exemplo, as propriedades pertinentes a aprendizagem da informação e dos dados (...) A metacognição relaciona-se a outras coisas, à avaliação ativa, à regulação e à organização desses processos em função dos objetos cognitivos ou dos dados sobre os quais eles se aplicam, habitualmente para servir a uma meta ou a um objetivo concreto." (FLAVELL, 1976, p. 232).

Página 05

### Ainda sobre o conceito de **metacognição** encontramos uma citação de LANDA e MORALES (2004):

"A metacognição é vista como um elemento essencial da aprendizagem especializada:

- estabelecimento de metas (o que eu vou fazer?),
- seleção de estratégias (Como estou indo?) e a
- avaliação das conquistas (funcionou?)."

(LANDA, V. MORALES, P. 2004, p.149).

Página 06

### Estratégia de Resolução de Problemas (Polya 1995)

Polya (1995), um grande matemático, visando proporcionar uma melhor estratégia de resolução de problemas elaborou quatro fases:

- Na primeira fase temos que compreender o problema;
- Na segunda, é preciso estabelecer um plano para a resolução do problema;
- Na terceira, executamos o plano; e, por fim,
- Na quarta fase, examinamos a resolução, analisando o resultado obtido e avaliando se condiz com o problema.

Página 07

### Estratégia de Resolução de Problemas (Onuchic e Allevato 2011)

Podemos destacar as ideias registradas dessas autoras, em que têm pesquisado sobre implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Elas pontuam que essa metodologia, entre outras coisas:

- Coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o *dar sentido*;
- Desenvolve *poder matemático* nos alunos;
- Desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido;
- Aumenta a confiança e a autoestima aos estudantes;
- Fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obterem sucesso com a matemática.

Página 08

### Níveis de conhecimentos esperados dos estudantes segundo a definição proposta por Robert (1997,1998):

Gouveia (2014), apresenta em seu trabalho os níveis de conhecimentos esperados dos estudantes segundo a definição proposta por Robert (1997,1998):

- Nível Técnico – correspondente ao nível individual, em que o aluno apenas aplicará os conhecimentos matemáticos como forma de exercitar os conceitos e assimilá-los;
- Nível Mobilizável – correspondente ao nível que se espera do aluno, que ele saiba utilizar um caminho de resolução que foi proposto por um ferramenta específica ensinada pelo professor;
- Nível Disponível – correspondente a um nível mais elevado em que o aluno encontrará os dados no enunciado portanto os caminhos e estratégias serão traçadas por eles a partir dos conhecimentos que possui.

Página 09

### Nível Técnico

O aluno percebe que a atividade proposta é de uma aplicação imediata, uma contextualização simples, corresponde a um trabalho único e simples, pois a fórmula já vista em sala de aula é a única ferramenta que ele precisa para resolver o problema.

Por exemplo:

- 1) Num jogo de vôlei Ana fez 16 pontos. Cristina fez o triplo de pontos de Ana. Quantos pontos fez Cristina?
- 2) Efetue a adição  $419 + 309$  e associe a ela as duas subtrações correspondentes.
- 3) Calcule as potências.
  - a)  $2^3$
  - b)  $4^3$
  - c)  $5^0$
  - d)  $10^5$

Página 10

### Nível Mobilizável

O aluno aplica e adapta seus conhecimentos buscando organizar a questão proposta a uma simples propriedade, ou seja, mobilizar seu conhecimento. O nível mobilizável que corresponde a um início de justaposição de saberes de certo domínio, em que vários métodos podem ser mobilizados.

Por exemplo:

- 1) Uma professora recebeu 5 caixas contendo 24 gizos em cada uma. Se ela já usou meia centena de gizos, quantos restavam?
- 2) Pedro comprou uma bicicleta de passeio, aro 26. O pagamento foi feito desta maneira: – 1 entrada de R\$ 80,00 – 4 prestações de R\$ 78,00. Encontrar o total que Pedro pagou pela bicicleta.
- 3) Marcela tem 1000 reais e quer comprar três aparelhos em uma loja de eletrodomésticos. Um dos aparelhos custa 450 reais, o outro custa 384 reais e outro custa 328 reais. Para essa compra, sobrá ou faltará dinheiro? Quanto?

Página 11

### Nível disponível

O aluno procura relacionar e encontrar no exercício proposto métodos que não estão mencionados para solucionar o que foi pedido, portanto o aluno reproduz de forma fiel o que foi proposto pelo enunciado. Este problema está no nível disponível que corresponde em saber responder corretamente o que é proposto tendo de utilizar outros conhecimentos anteriores. Os dados não aparecem discriminados diretamente. Devem ser calculados a partir da utilização de pistas dadas no enunciado.

Por exemplo:

- 1) Marcelo tinha 77 figurinhas e Paulo tinha 58. Marcelo deu algumas de suas figurinhas para Paulo. Depois dessa doação, é possível que Marcelo e Paulo fiquem, respectivamente, com as seguintes quantidades de figurinhas:
  - a) 82 e 53
  - b) 74 e 62
  - c) 68 e 68
  - d) 66 e 69
  - e) 56 e 89

Página 12

## Questionário de Metacognição para Adultos

O questionário de metacognição foi construído por Evelise Portilho, com base no modelo de Mayor (1995), isto é, contém as três estratégias metacognitivas propostas por este pesquisador e seu grupo de trabalho:

➤ **Consciência** => Implica toda atividade metacognitiva que passa desde os diferentes níveis de consciência, de intencionalidade até a introspecção. (atenção de capacidade limitada, controle e regulação dos próprios processos cognitivos) (p.111 e 112)

*"A mente humana é o único sistema capaz de autoprogramar-se, de refletir sobre si, ou seja, a máquina de aprender mais potente que se conhece."* (FOZO, 2000, p. 200)

➤ **Controle** => É a supervisão da atividade cognitiva no curso da tarefa e a regulação de tal atividade. O autocontrole é o uso das estratégias que a pessoa utiliza com o propósito de otimizar sua aprendizagem. (p.113)

➤ **Autopoiese** => (significa o autofazer-se) é a produção de si mesmo ou a auto-organização de um sistema orgânico. Composta de 3 subcomponentes: Análise, Recursividade e Retroalimentação (feedback). (p. 113 e 114)

*"A atividade metacognitiva não somente é consciente de si mesma, não somente controla a si mesmo, mas vai além da consciência e do controle, construindo-se a si mesma."* (p. 114)

Página 13

## Matriz do Questionário de Metacognição para Adultos (Análise das respostas)

ATIVIDADE COGNITIVA		ATIVIDADE META COGNITIVA		
		Consciência	Controle	Autopoiese
Processo	Atenção	5	6	7
	Linguagem	8	9	10
	Memória	11	12	13
	Pensamento	14	15	16
Função		17	18	19
Dualidade		20	21	22
Regulação		23	24	25
Adaptação		26	27	28
Organização Sistêmica		29	30	31
Flexibilidade		32	33	34
Reflexividade		35	36	37
Representação		38	39	40
Variáveis Complementares				
Conhecimento		41		
Habilidade e atitude		42		
Motivação		43		
Materiais		44		
Situação		45		
Contexto sociocultural		46		
Tarefa		47		
Estratégia		48		
Atenção e esforço		49		
Bateria de testes		50		

FONTE: Baseado em MAYOR, Juan (1995). Extrato de Portilho 2011 p.127.

Página 14

## METODOLOGIA

A sequência didática envolverá Resolução de Problema Aritméticos, observando situações vivenciadas no cotidiano dos alunos, através de processos metacognitivos, onde o aluno traça metas na resolução das situações, realiza cálculos para encontrar soluções e analisa os resultados obtidos e os compara para avaliar se estão dentro da margem esperada. As etapas a serem desenvolvidas são:

1. Reunião com professores, em que será exposta a proposta de sequência didática, baseada na aprendizagem em resolução de problemas através de análise metacognitiva.
2. Em conversa com os alunos, será apresentado um vídeo de curta duração: Aprender a aprender ([https://youtu.be/Pz4yQM\\_EmzI](https://youtu.be/Pz4yQM_EmzI)), sobre o processo de aprendizagem através da observação. Logo após serão aplicados três problemas, obedecendo os três níveis de conhecimentos esperados pelos estudantes, proposto por Robert (1997): Técnico, Mobilizável e Disponível. Em seguida os alunos responderão ao Questionário Metacognitivo para Crianças, elaborado por Portilho (2011) com base no modelo de Mayor (1995).

Página 15

## METODOLOGIA

- Os professores aplicarão atividades nas quais serão apresentadas situações problemas. Serão observadas as falas dos alunos e explicações sobre os seus processos metacognitivos na atividade. E para finalizar este momento os alunos responderão mais uma vez ao Questionário Metacognitivo para Crianças, elaborado por Portilho (2011). Este momento se repetirá por mais duas vezes.
- Após a aplicação da sequência, os alunos como também os professores apresentarão suas impressões da realização das atividades da sequência didática, com ênfase nos Processos Metacognitivos de Resolução de Problemas Aritméticos.
- Análise do comportamento dos alunos diante da proposta sugerida e realizada.

Página 16



**Apêndice C: Termo de Assentimento Livre e Esclarecido**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA - PPGEICIMA**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA**

**TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

**ESTUDO: PROCESSOS METACOGNITIVOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**  
**MATEMÁTICOS POR ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO**  
**FUNDAMENTAL: UMA APROXIMAÇÃO ENTRE O ENSINO E A**  
**APRENDIZAGEM**

**Prezado Professor:**

Você está sendo convidado a participar da pesquisa acima citada, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe, tendo como principal objetivo: Promover a autoanálise dos alunos, sobre seus próprios processos de aprendizagem (metacognição) e analisar o envolvimento deles em atividades com as operações aritméticas básicas, baseada na resolução de problemas utilizando estratégias metacognitivas.

A Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, em suas diretrizes e normas para pesquisa com seres humanos indica que “toda pesquisa com seres humanos envolve risco em tipos e gradações variados”. No entanto, gostaríamos de ressaltar que os riscos durante a coleta das informações nesta pesquisa, por meio de entrevista, preenchimento do questionário e desenvolvimento das demais atividades são mínimos, podendo se caracterizar por alguns aspectos desconfortáveis na realização das atividades de resolução de problemas por cansaço ou fatores externos.

Esta pesquisa se mostra relevante no ensino de Ciências e Matemática pois tem como finalidade, aproximar o ensino de conteúdos matemáticos da aprendizagem efetiva, por isso estão sendo realizadas diversas pesquisas sobre metodologias de resolução de problemas envolvendo processos metacognitivos. A participação neste estudo consistirá no preenchimento de um questionário, como também responderá atividades sobre as operações aritméticas por meio de situações problemas. A sua colaboração será de muita importância para nós, mas você tem o direito de desistir de participar da pesquisa a qualquer momento, sem causar nenhuma penalidade e nenhum prejuízo.

A pesquisa não envolve experimentos, e serão obedecidos todos os preceitos éticos estabelecidos na Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde. O projeto foi registrado na Plataforma Brasil e aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe, CAAE 71329917.7.0000.5546. Se houver alguma dúvida em relação ao estudo, você poderá entrar em contato comigo pessoalmente, por e-mail: andreiafreire.fisica@gmail.com ou por telefone (079) 99835-1116, como também, com a minha orientadora pelo e-mail: divanizi@ufs.br. Desde já agradeço a sua colaboração.

\_\_\_\_\_  
Pesquisador

**ASSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO:**

Ciente e de acordo com o que foi anteriormente exposto pelo pesquisador, eu

\_\_\_\_\_, RG: \_\_\_\_\_, estou de acordo em participar dessa pesquisa, assinando este assentimento em duas vias, ficando com a posse de uma delas. Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimentos quanto às dúvidas por mim apresentadas sobre a condução dos trabalhos, e estou ciente que:

- ✓ Temos a liberdade de desistir ou de interromper a colaboração neste estudo no momento em que desejarmos, sem necessidade de qualquer explicação;
- ✓ A desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico;
- ✓ Os resultados obtidos durante esta pesquisa serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que nossos dados pessoais não sejam mencionados;
- ✓ Caso danos de natureza moral ou intelectual sejam causados, os participantes têm direito a reparação por parte dos pesquisadores, determinados por dispositivos legais estipulados pela lei;
- ✓ A presente pesquisa já foi analisada e aprovada pelo Conselho de Ética em pesquisa com seres humanos;
- ✓ Não receberemos qualquer remuneração para participar da pesquisa, e também não teremos nenhum gasto.

São Cristóvão/SE, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

**Assinatura da Participante:** \_\_\_\_\_

**CONTATOS:**

**Pesquisadora:** Andreia Freire dos Santos (Mestranda – UFS)

E-mail: [andreiafreire.fisica@gmail.com](mailto:andreiafreire.fisica@gmail.com) / Tel.: (79) 99835-1116

Orientadora: Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza (Orientadora – UFS)

E-mail: [divanizi@ufse.br](mailto:divanizi@ufse.br)

**Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe**

Hospital Universitário – UFS

Rua Cláudio Batista, s/n - Cidade Nova,  
Aracaju/SE, 49060-108, Tel.: (79) 21051805



**Apêndice D: Termo de Assentimento Livre e Esclarecido**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA - PPGEICIMA**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA**

**TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

**ESTUDO: PROCESSOS METACOGNITIVOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**  
**MATEMÁTICOS POR ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO**  
**FUNDAMENTAL: UMA APROXIMAÇÃO ENTRE O ENSINO E A**  
**APRENDIZAGEM**

**Prezado Estudante:**

Você está sendo convidado a participar da pesquisa acima citada, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe, tendo como principal objetivo: Promover a autoanálise dos alunos, sobre seus próprios processos de aprendizagem (metacognição) e analisar o envolvimento deles em atividades com as operações aritméticas básicas, baseada na resolução de problemas utilizando estratégias metacognitivas.

A Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, em suas diretrizes e normas para pesquisa com seres humanos indica que “toda pesquisa com seres humanos envolve risco em tipos e gradações variados”. No entanto, gostaríamos de ressaltar que os riscos durante a coleta das informações nesta pesquisa, por meio de entrevista, preenchimento do questionário e desenvolvimento das demais atividades são mínimos, podendo se caracterizar por alguns aspectos desconfortáveis na realização das atividades de resolução de problemas por cansaço ou fatores externos.

Esta pesquisa se mostra relevante no ensino de Ciências e Matemática pois tem como finalidade, aproximar o ensino de conteúdos matemáticos da aprendizagem efetiva, por isso estão sendo realizadas diversas pesquisas sobre metodologias de resolução de problemas envolvendo processos metacognitivos. A participação neste estudo consistirá no preenchimento de um questionário, como também responderá atividades sobre as operações aritméticas por meio de situações problemas. A sua colaboração será de muita importância para nós, mas você tem o direito de desistir de participar da pesquisa a qualquer momento, sem causar nenhuma penalidade e nenhum prejuízo.

A pesquisa não envolve experimentos, e serão obedecidos todos os preceitos éticos estabelecidos na Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde. O projeto foi registrado na Plataforma Brasil e aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe, CAAE 71329917.7.0000.5546. Se houver alguma dúvida em relação ao estudo, você poderá entrar em contato comigo pessoalmente, por e-mail: andreiafreire.fisica@gmail.com ou por telefone (079) 99835-1116, como também, com a minha orientadora pelo e-mail: divanizi@ufs.br. Desde já agradeço a sua colaboração.

\_\_\_\_\_  
 Pesquisador

**ASSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO:**

Ciente e de acordo com o que foi anteriormente exposto pelo pesquisador, eu

\_\_\_\_\_, RG: \_\_\_\_\_, estou de acordo em participar dessa pesquisa, assinando este assentimento em duas vias, ficando com a posse de uma delas. Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimentos quanto às dúvidas por mim apresentadas sobre a condução dos trabalhos, e estou ciente que:

- ✓ Temos a liberdade de desistir ou de interromper a colaboração neste estudo no momento em que desejarmos, sem necessidade de qualquer explicação;
- ✓ A desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico;
- ✓ Os resultados obtidos durante esta pesquisa serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que nossos dados pessoais não sejam mencionados;
- ✓ Caso danos de natureza moral ou intelectual sejam causados, os participantes têm direito a reparação por parte dos pesquisadores, determinados por dispositivos legais estipulados pela lei;
- ✓ A presente pesquisa já foi analisada e aprovada pelo Conselho de Ética em pesquisa com seres humanos;
- ✓ Não receberemos qualquer remuneração para participar da pesquisa, e também não teremos nenhum gasto.

São Cristóvão/SE, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

**Assinatura da Participante:** \_\_\_\_\_

**CONTATOS:**

**Pesquisadora:** Andreia Freire dos Santos (Mestranda – UFS)

E-mail: [andreiafreire.fisica@gmail.com](mailto:andreiafreire.fisica@gmail.com) / Tel.: (79) 99835-1116

Orientadora: Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza (Orientadora – UFS)

E-mail: [divanizi@ufse.br](mailto:divanizi@ufse.br)

**Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe**

Hospital Universitário – UFS

Rua Cláudio Batista, s/n - Cidade Nova,  
Aracaju/SE, 49060-108, Tel.: (79) 21051805





**Apêndice E: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido**  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SERGIPE**  
**PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA - PPGEICIMA**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E**  
**MATEMÁTICA**

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

**ESTUDO: PROCESSOS METACOGNITIVOS E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS**  
**MATEMÁTICOS POR ALUNOS NOS ANOS FINAIS DO ENSINO**  
**FUNDAMENTAL: UMA APROXIMAÇÃO ENTRE O ENSINO E A**  
**APRENDIZAGEM**

**Prezados responsáveis:**

Seu/Sua filho (a) está sendo convidado (a) a participar da pesquisa acima citada, vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Sergipe, tendo como principal objetivo: promover a autoanálise de alunos, sobre seus próprios processos de aprendizagem (metacognição) e analisar o envolvimento deles em atividades com as operações aritméticas básicas, baseada na resolução de problemas utilizando estratégias metacognitivas.

A Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, em suas diretrizes e normas para pesquisa com seres humanos indica que “toda pesquisa com seres humanos envolve risco em tipos e gradações variados”. No entanto, gostaríamos de ressaltar que os riscos durante a coleta das informações nesta pesquisa, por meio de entrevista, preenchimento do questionário e desenvolvimento das demais atividades são mínimos, podendo se caracterizar por alguns aspectos desconfortáveis na realização das atividades de resolução de problemas por cansaço ou fatores externos.

Esta pesquisa se mostra relevante no ensino de Ciências e Matemática, pois tem como finalidade, aproximar o ensino de conteúdos matemáticos da aprendizagem efetiva. Na atualidade estão sendo realizadas diversas pesquisas sobre metodologias de resolução de problemas envolvendo processos metacognitivos.

A atuação do estudante nesta pesquisa consistirá no preenchimento de um questionário e participação em atividades sobre as operações aritméticas por meio de situações problemas. A colaboração dele será de muita importância para nós, mas esse tem o direito de desistir de participar da pesquisa a qualquer momento, sem causar nenhuma penalidade e nenhum prejuízo a vocês.

A pesquisa não envolve experimentos, e serão obedecidos todos os preceitos éticos estabelecidos na Resolução nº 466 de 12 de dezembro de 2012, do Conselho Nacional de Saúde. O projeto foi registrado na Plataforma Brasil e aprovado pelo Comitê de Ética da Universidade Federal de Sergipe, CAAE 71329917.7.0000.5546. Se houver alguma dúvida em relação ao estudo, o interessado poderá entrar em contato comigo pessoalmente, por e-mail: andreiafreire.fisica@gmail.com ou por telefone (079) 99835-1116, como também, com a minha orientadora pelo e-mail: divanizi@ufs.br. Desde já agradeço a sua colaboração.

\_\_\_\_\_  
Pesquisador

**CONSENTIMENTO PÓS-INFORMAÇÃO:**

Ciente e de acordo com o que foi anteriormente exposto pelo pesquisador, eu

\_\_\_\_\_, RG: \_\_\_\_\_, estou de acordo em participar dessa pesquisa, assinando este consentimento em duas vias, ficando com a posse de uma delas. Declaro que obtive todas as informações necessárias e esclarecimentos quanto às dúvidas por mim apresentadas sobre a condução dos trabalhos, e estou ciente que:

- ✓ Temos a liberdade de desistir ou de interromper a colaboração neste estudo no momento em que desejarmos, sem necessidade de qualquer explicação;
- ✓ A desistência não causará nenhum prejuízo à minha saúde ou bem-estar físico;
- ✓ Os resultados obtidos durante esta pesquisa serão mantidos em sigilo, mas concordo que sejam divulgados em publicações científicas, desde que nossos dados pessoais não sejam mencionados;



- ✓ Caso danos de natureza moral ou intelectual sejam causados, os participantes têm direito a reparação por parte dos pesquisadores, determinados por dispositivos legais estipulados pela lei;
- ✓ A presente pesquisa já foi analisada e aprovada pelo Conselho de Ética em pesquisa com seres humanos;
- ✓ Não receberemos qualquer remuneração para participar da pesquisa, e também não teremos nenhum gasto.

São Cristóvão/SE, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2019.

**Assinatura da Participante:** \_\_\_\_\_

**CONTATOS:**

**Pesquisadora:** Andreia Freire dos Santos (Mestranda – UFS)

E-mail: [andreiafreire.fisica@gmail.com](mailto:andreiafreire.fisica@gmail.com) / Tel.: (79) 99835-1116

Orientadora: Profa. Dra. Divanizia do Nascimento Souza (Orientadora – UFS)

E-mail: [divanizi@ufse.br](mailto:divanizi@ufse.br)

**Comitê de Ética da Universidade  
Federal de Sergipe**

Hospital Universitário – UFS  
Rua Cláudio Batista, s/n - Cidade Nova,  
Aracaju/SE, 49060-108, Tel.: (79) 21051805

## Apêndice F: 1ª Lista de Atividades de Resolução de Problemas

### Atividade de Resolução de Problemas Aritméticos

Escola Municipal José Romão do Nascimento

Aluno: \_\_\_\_\_ Série/Turma: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

- 1) Num jogo, João Paulo, de 11 anos perdeu 280 pontos e ainda ficou com 1420. Quantos pontos ele tinha no início do jogo?
- 2) Carlos comprou uma televisão no valor de R\$ 950,00, dividida em 10 prestações iguais. Ao pagar a 4ª prestação, recebeu de presente de seu avô, o restante do dinheiro para a quitação do aparelho. Quanto Carlos recebeu?
- 3) Marcelo tinha 77 figurinhas e Paulo tinha 58. Marcelo deu algumas de suas figurinhas para Paulo. Depois dessa doação, é possível que Marcelo e Paulo fiquem, respectivamente, com as seguintes quantidades de figurinhas:
  - a) 82 e 53
  - b) 74 e 62
  - c) 68 e 68
  - d) 66 e 69
  - e) 56 e 89

### Questionário Metacognitivo

Vamos analisar como foi sua atividade, essa avaliação é pessoal, é sua estratégia metacognitiva. Leia atentamente e responda:

	S	N
1. Não tive dificuldade para encontrar o que dizia o problema.		
2. Foi fácil decidir qual era a operação (+, -, X ou /).		
3. Se fosse necessário explicar a um companheiro (a) como resolvi este problema, eu o faria sem dificuldades.		
4. Quando estava fazendo este problema, não tive de lê-lo muitas vezes para entendê-lo.		
5. Não me cansei ao resolver este problema.		
6. Não me interessei somente pelos números.		
7. Não fiquei nervoso ao resolver este problema.		
8. Por ser um problema de matemática, tive vontade de fazê-lo		
9. Comprovei o resultado, antes de começar o questionário.		
10. Antes de começar a fazer este problema, procurei as ideias mais importantes.		
11. Soube escolher os passos para organizar este problema.		
12. Fiz um esquema do problema para entender o que estava fazendo.		

## Apêndice G: 2ª Lista de Atividades de Resolução de Problemas

### Atividade de Resolução de Problemas Aritméticos

Escola Municipal José Romão do Nascimento

Aluno: \_\_\_\_\_ Série/Turma: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

- 1) Lúcia recebeu 12 pacotes de 8 cadernos cada. Quer dálos de presente para 3 amigos seus, sendo que todos receberam a mesma quantidade. Quanto recebeu cada um?
  
- 2) Tenho duas caixas de canetas. Na primeira há 9 dúzias. Na segunda 1 centena e meia. Queremos saber: quantas canetas há ao todo na primeira caixa? E na segunda caixa? Quanto há ao todo nas duas caixas?
  
- 3) Sabe-se que 100 celulares foram testados e verificou-se que 40 aparelhos apresentavam problemas na bateria, 28 apresentavam problemas no display e 35 não apresentavam nenhum desses dois tipos de problemas. O número de aparelhos que apresentavam problemas na bateria e no display é: (Ano: 2015 Banca: IDECAN Órgão: PRODEB)
  - A 3.
  - B 5.
  - C 7.
  - D 9.

### Questionário Metacognitivo

Vamos analisar como foi sua atividade, essa avaliação é pessoal, é sua estratégia metacognitiva. Leia atentamente e responda:

	S	N
01. Não tive dificuldade para encontrar o que dizia o problema.		
02. Foi fácil decidir qual era a operação (+, -, X ou /).		
03. Se fosse necessário explicar a um companheiro (a) como resolvi este problema, eu o faria sem dificuldades.		
04. Quando estava fazendo este problema, não tive de lê-lo muitas vezes para entendê-lo.		
05. Não me cansei ao resolver este problema.		
06. Não me interessei somente pelos números.		
07. Não fiquei nervoso ao resolver este problema.		
08. Por ser um problema de matemática, tive vontade de fazê-lo		
09. Comprovei o resultado, antes de começar o questionário.		
10. Antes de começar a fazer este problema, procurei as ideias mais importantes.		
11. Soube escolher os passos para organizar este problema.		
12. Fiz um esquema do problema para entender o que estava fazendo.		

## Apêndice H: 3ª Lista de Atividades de Resolução de Problemas

### Atividade de Resolução de Problemas Aritméticos

Escola Municipal José Romão do Nascimento

Aluno: \_\_\_\_\_ Série/Turma: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

- 1) Um caminhão transportou 9 engradados contendo 22 frangos cada um. Se fez 9 viagens, quantos frangos transportou ao todo?
  
- 2) (Prova Brasil 2009) A biblioteca de uma escola tem 1 milhar de livros didáticos, 4 centenas de livros de literatura, 2 dezenas de livros de arte e 4 dicionários. Quantos livros há na biblioteca da escola?
  - a) 1242 livros.
  - b) 1244 livros.
  - c) 1404 livros.
  - d) 1424 livros.
  
- 3) (Prova Brasil 2009) Bianca e suas amigas saíram para comer uma pizza. Depois de 20 minutos de conversa elas já haviam comido 50 % da pizza. Qual fração abaixo representa o total da pizza que elas já comeram?
  - e)  $\frac{2}{4}$
  - f)  $\frac{5}{4}$
  - g)  $\frac{3}{8}$
  - h)  $\frac{4}{2}$

### Questionário Metacognitivo

Vamos analisar como foi sua atividade, essa avaliação é pessoal, é sua estratégia metacognitiva. Leia atentamente e responda:

	S	N
01. Não tive dificuldade para encontrar o que dizia o problema.		
02. Foi fácil decidir qual era a operação (+, -, X ou /).		
03. Se fosse necessário explicar a um companheiro (a) como resolvi este problema, eu o faria sem dificuldades.		
04. Quando estava fazendo este problema, não tive de lê-lo muitas vezes para entendê-lo.		
05. Não me cansei ao resolver este problema.		
06. Não me interessei somente pelos números.		
07. Não fiquei nervoso ao resolver este problema.		
08. Por ser um problema de matemática, tive vontade de fazê-lo		
09. Comprovei o resultado, antes de começar o questionário.		
10. Antes de começar a fazer este problema, procurei as ideias mais importantes.		
11. Soube escolher os passos para organizar este problema.		
12. Fiz um esquema do problema para entender o que estava fazendo.		